Państwowa Wyższa Szkoła Zawodowa w Nowym Sączu

Piotr Cyklis
Monika Golonka

Podstawy techniki cieplnej

Nowy Sącz 2019

Redaktor Naukowy
prof. dr hab. inż. Piotr Cyklis; dr Monika Golonka

Redaktor Wydania
prof. dr hab. inż. Piotr Cyklis

Recenzja
prof. dr hab. inż. Wojciech Zalewski

Redaktor Techniczny
dr Tamara Bolanowska-Bobrek

ISBN 978-83-65575-44-9

Wydawca
Wydawnictwo Naukowe Państwowej Wyższej Szkoły Zawodowej w Nowym Sączu
ul. Staszica 1, 33-300 Nowy Sącz
tel. 18 443 45 45, e-mail: briw@pwsz-ns.edu.pl

Adres Redakcji
Nowy Sącz 33-300, ul. Staszica 1
tel. +48 18 443 45 45, e-mail: tbolanowska@pwsz-ns.edu.pl

Druk
Wydawnictwo i drukarnia NOVA SANDEC s.c.
Mariusz Kałyniuk, Roman Kałyniuk
33-300 Nowy Sącz, ul. Lwowska 143
tel. 18 547 45 45, e-mail: biuro@novasandec.pl

Spis treści

Przedmowa

Niniejszy skrypt przeznaczony jest głównie dla studentów studiów inżynierskich kierunków Zarządzenie i Inżynieria Produkcji, Mechatronika, Mechanika i Budowa Maszyn oraz pokrewnych, związanych z dyscypliną naukową Inżynieria Mechaniczna Państwowych Wyższych Szkół Zawodowych, ale może być również wykorzystywany na innych kierunkach inżynierskich, w tym na uczelniach akademickich.

Skrypt podzielony został na dwie części – pierwsza obejmuje klasyczną termodynamikę inżynierską, a w drugiej podane są podstawowe przykłady z zakresu wymiany ciepła, częściowo wykładane w ramach przedmiotu Technika cieplna, a częściowo kontynuowane później w ramach przedmiotów specjalnościowych.

Na rynku jest wiele pozycji o znacznie większym zakresie merytorycznym, jednak dla potrzeb PWSZ w Nowym Sączu Autorzy uznali, że studenci powinni mieć możliwość skorzystać z opracowań dobranych do autorskich metod dydaktycznych. Z tego też względu zestaw zadań wykorzystywany w dydaktyce przedmiotu w Instytucie Technicznym PWSZ w Nowym Sączu ukierunkowany i uporządkowany jest nieco inaczej niż w innych zbiorach.

Jednym z zamiarów Autorów było zebranie i przedstawienie zadań, które mogą być wykorzystane bezpośrednio do zaliczenia przedmiotów, dlatego zrezygnowano z przedstawienia kompletnych rozwiązań. Podano natomiast odpowiedzi, aby umożliwić studentom sprawdzenie poprawności opracowanych przez siebie rozwiązań. W przypadku trudności dostępne są konsultacje z prowadzącym przedmiot.

Każdy rozdział poprzedzony jest krótkim wprowadzeniem teoretycznym, będącym powtórzeniem elementów z wykładu. Do skryptu załączono tablice własności pary, jednak Autorzy sugerują wykorzystywanie programów komputerowych, jak również, a może przede wszystkim, aplikacji dostosowanych do różnych mobilnych systemów operacyjnych, z których przyszły inżynier powinien umieć korzystać. Wyniki zamieszczone w odpowiedziach obliczane były za pomocą aplikacji *IAPWS-IF97,* opartych o International Steam Tables.

W części drugiej przykłady są bardziej rozbudowane, ze względu na to, że zagadnienia przekazywania ciepła, z racji ograniczonej liczby godzin dydaktycznych na wykładzie, przedstawiane są w ograniczony sposób. Podane zależności w zasadzie wystarczają do rozwiązania zadań. Podział tematyczny odpowiada kolejności i tematyce prowadzonych wykładów. Zakres materiału dobrano w oparciu o doświadczenie dydaktyczne pracowników i odpowiada on zatwierdzonym sylabusom.

Podstawowe oznaczenia

N_A – liczba Avogadra,
m – masa,
n – ilość substancji, liczność materii,
M – masa molowa (kilomolowa),
t – temperatura względna,
T – temperatura bezwzględna,
p – ciśnienie bezwzględne,
F – siła,
A – pole powierzchni, pole przekróju,
w – prędkość,
ρ – gęstość mas,
g – przyspieszenie ziemskie, udział masowy,
V – objętość,
ν – objętość właściwa,
(MR) – uniwersalna stała gazowa,
R – indywidulana stała gazowa,
α – współczynniki rozszerzalności termicznej,
β – współczynnik rozprężliwości,
γ – współczynnik ściśliwości,
U – energia wewnętrzna,
I – entalpia,
S – entropia,
ΔU – zmiana energii wewnętrznej,
ΔI – zmiana entalpi,
ΔS – zmiana entropi,
G – entalpia swobodna Gibbsa,
D – średnica,
r – promień,
h – wysokość,
l – długość,
H – głębokość,
Q – ciepło,
c – ciepło właściwe,
c_{π} – ciepło właściwe przemiany Π,
c_p – ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu,
c_v – ciepło właściwe przy stałej objętości,
C – pojemność cieplna,
C_{π} – pojemność cieplna przemiany Π,
M c_p – molowe ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu,
M c_v – molowe ciepło właściwe przy stałej objętości,
$\dot{m}$ – strumień masy,
$\dot{V}$ – strumień objętości,
$L_{\pi 1\text{-}2}$ – praca bezwzględna przemiany Π,
$l_{\pi 1\text{-}2}$ – praca właściwa przemiany Π,

$L_{\pi t1\text{-}2}$ – praca techniczna przemiany Π,
$L_{\pi u1\text{-}2}$ – praca użyteczna przemiany Π,
$Q_{\pi 1\text{-}2}$ – ciepło przemiany Π,
ΔE – zmiana energii układu,
E_d – energia doprowadzana do układu,
E_w – energia wyprowadzana z układu,
L_{ob} – praca obiegu,
η – sprawność obiegu,
ε – współczynnik wydajności obiegu,
z – wykładnik politropy, udział molowy,
σ – współczynnik ściśliwości,
τ – czas,
N – moc,
κ – wykładnik adiabaty,
λ – współczynnik przwodzenia ciepła,
φ – wilgotność względna.

CZĘŚĆ I.
TERMODYNAMIKA TECHNICZNA

Rozdział 1.
Podstawowe pojęcia termodynamiki technicznej

1.1. Podstawowe zależności i definicje

Termodynamika to z definicji dział fizyki zajmujący się badaniem energetycznych efektów wszelkich przemian fizycznych i chemicznych, które wpływają na zmiany energii wewnętrznej analizowanych układów. Termodynamika techniczna poszukuje m.in. sposobów jak najwydajniejszego przetwarzania ciepła na pracę użyteczną. Celem obliczeniowym jest sporządzanie modeli fizycznych i matematycznych, umożliwiających bilans ilości substancji, pracy, entropii itd. w urządzeniach cieplnych, w celu optymalizacji ich działania. Do modelowania konieczny jest opis matematyczny za pomocą mierzalnych parametrów stanu i obliczanych na ich podstawie funkcji stanu.

Ilość substancji

Substancja to materia, składająca się z obiektów, czyli drobin, atomów, cząstek, mająca niezerową masę spoczynkową. Substancja ma określone właściwości fizyczne i chemiczne. W procesach termodynamicznych substancja nazywana jest **czynnikiem termodynamicznym**.

Mol jest jednostką stosowaną do określenia ilości/liczności substancji.
W termodynamice technicznej najczęściej stosowaną jednostką jest kilomol (n) (1kmol = 1000 moli).

Ilość gazu wyrażoną w kilogramach m można wyznaczyć jako iloczyn kilomoli *n* przez przelicznik kilomoli na kilogramy M.
M – masa molowa (kilomolowa)
M [kg/kmol] = M [g/mol]

$$m = n \cdot M \qquad [kg] \tag{1.1}$$

Objętość normalna/umowna dowolnego gazu doskonałego jest to objętość, którą w określonych warunkach termicznych, tzn.:
fizycznych (normalnych) t = 0 [ºC]; p = 1 [atm.] = 101 325 [Pa] = 1013,25 [hPa]
lub
umownych wynikających z układu SI t = 0 [ºC]; p = 0,1 [MPa]
zajmuje jeden kilomol gazu.

Objętość ta wynosi dla warunków

a) normalnych (fizycznych) $V_n = 22{,}42\ [m^3_n]$

b) umownych SI $V_u = 22{,}71\ [m^3_{nSI}]$

Liczba Avogadra
1 mol gazu doskonałego zawiera ściśle określoną liczbę cząsteczek. Liczba ta nazywa się liczbą Avogadra:

$$N_A = 6{,}022140857 \cdot 10^{23}\ [1/mol] \tag{1.2}$$

Prawo Avogadra
W tych samych warunkach fizycznych, tj. przy jednakowych ciśnieniach oraz temperaturach w jednakowych objętościach, zawarte są jednakowe liczby cząsteczek różnych gazów doskonałych.

Gęstość

Gęstość ρ i objętość właściwa ν

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{1}{\nu} \qquad [kg/m^3] \tag{1.3}$$

$$\nu = 1/\rho \qquad [m^3/kg] \tag{1.4}$$

$$m = nM = V \cdot \rho = \frac{V}{\nu}$$

$$M \cdot \nu = \frac{V}{n} = M\frac{V}{m} = (M\,\nu)$$

Gęstość normalna ρ_n nie jest parametrem stanu, ale własnością materiału o znaczeniu fizycznym takim samym jak masa drobinowa M.

$$\rho_n = \frac{m}{Vn} = M/22{,}42\ [kg/m^3{}_n] \tag{1.5}$$

Ciśnienie

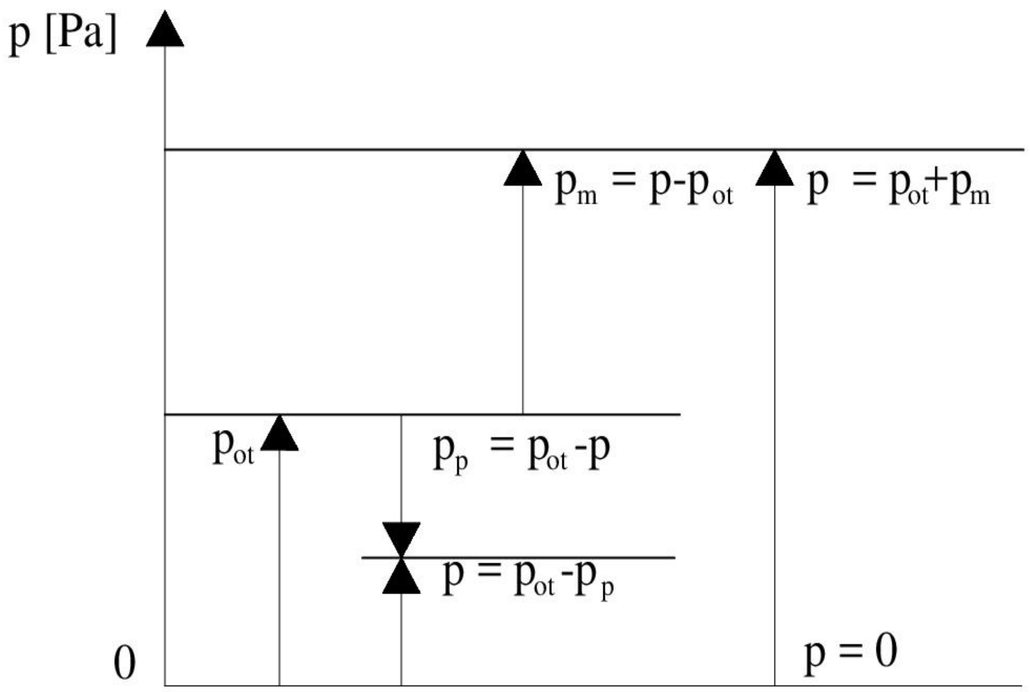
Ciśnienie jest wielością skalarną, liczbowo równe jest sile F działającej prostopadle na jednostkową powierzchnię A, do pola tej powierzchni:

$$p = \frac{F}{A} \qquad [N/m^2] = [Pa] \tag{1.6}$$

Ciśnienie jest wywoływane przez cząstki substancji oddziaływujące na powierzchnię, stąd ciśnienie zerowe jest wtedy, gdy nie ma cząstek, zatem nie definiuje się ciśnienia ujemnego.

Ciśnienie statyczne oznacza technicznie ciśnienie mierzone na powierzchni równoległej do powierzchni przepływu lub ciśnienie przy braku przepływu:

Ciśnienie manometryczne (względne)	p_m
Ciśnienie otoczenia	p_{ot}
Podciśnienie	p_p
Ciśnienie bezwzględne	$p = p_m + p_{ot}$
lub	$p = p_m - p_p$



Rysunek 1. Interpretacja graficzna ciśnienia.

Ciśnienie dynamiczne oznacza ciśnienie mierzone na powierzchni prostopadłej do wektora prędkości przepływającego płynu. Jest ono związane z prędkością i gęstością przepływającego płynu według wzoru:

$$p_d = \frac{\rho w^2}{2} \tag{1.7}$$

Uwaga! Parametrem stanu gazu w równaniu stanu jest ciśnienie bezwzględne p.

Najczęściej wykorzystywane jednostki ciśnienia:

1 [bar] = 10^5 [Pa] = 10^5 [N/m^2]
1 [at] = 1 [kG/cm^2] ≅ 9,81 [N/cm^2] = 9,81 ·10^4 [Pa]
1 [Tr] = 13,6 [mmH_2O] ≅ 133,3 [Pa]
1 [mmH_2O] = 1 [kG/m^2] ≅ 9,81 [N/m^2] = 9,81 [Pa]
1 [psi] = 6894,76 [Pa]

Temperatura

Temperatura jest skalarną wielkością fizyczną, pozwalającą na porównanie termiczne substancji i układów, określającą warunek równowagi termicznej. W termodynamice statystycznej określana jest przez średnią energię kinetyczną ruchu i drgań cząsteczek (molekuł), które tworzą dany układ. Wraz ze wzrostem prędkości cząsteczek (molekuł), rośnie temperatura układu. Temperatura bezwzględna, oznaczana dalej literą T, określa 0[K] dla stanu, w którym zanika wszelki mikroskopowy ruch materii. Temperatura wyrażana w [^{o}C], czyli skala Andresa Celsiusa zbudowana jest na dwóch punktach stałych wrzenia i topnienia H_2O przy ciśnieniu normalnym.

Temperatura: T [K] skala bezwzględna Kelvina

$$t\,[°C] = T\,[K] - 273{,}15 \qquad (1.8)$$

Uwaga:
Parametrem stanu gazu w równaniu stanu jest temperatura bezwzględna T [K].

Termiczne równanie stanu

Termiczne równanie stanu wiąże ze sobą skalarne, mierzalne parametry stanu. Dla substancji jednorodnej, jednofazowej, którą można traktować jako jednoskładnikową, równanie stanu w postaci ogólnej można zapisać następująco:

$$f\,(p, \nu, T) = 0 \qquad (1.9)$$

Równanie (1.9) można wyrazić przez doświadczalnie określane współczynniki termodynamiczne:

a) współczynnik rozszerzalności termicznej:

$$\alpha = \frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \qquad [1/K]$$

b) współczynnik rozprężliwości:

$$\beta = \frac{1}{p}\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v \qquad [1/K] \qquad (1.10)$$

c) współczynnik ściśliwości:

$$\gamma = -\frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_T \qquad [1/Pa]$$

Równanie stanu w postaci ogólnej sformułowanej przez współczynniki termodynamiczne ma postać:

$$\alpha = \beta \cdot \gamma \cdot p \tag{1.11}$$

Dla gazu doskonałego i półdoskonałego równanie stanu przybiera prostą formę równania Clapeyrona:

$$\begin{aligned} &p\,\nu = R\,T \\ &p\,(M\,\nu) = (MR)T \\ &pV = n\,(MR)T \\ &pV = m\,R\,T \\ &p = \rho\,R\,T \\ &R = (MR)/M \end{aligned} \tag{1.12}$$

Gdzie uniwersalna stała gazowa (MR) ma wartość:

(MR) = 8314,3 [J/ (kmolK)] = 8,314 [kJ/(kmol K)]

Natomiast R w stosowanych oznaczeniach jest indywidualną stałą gazową różną dla różnych gazów:

R – indywidulana stała gazowa, [J/(kg K)]

Funkcje stanu

Funkcja stanu określa stan energetyczny substancji lub układu. Zależna jest wyłącznie od stanu aktualnego rozważanego układu, czyli od aktualnych wartości jego parametrów, takich jak: ilość substancji, temperatura, ciśnienie, objętość (mogą być i inne parametry dla np. substancji wielofazowych). Różniczka funkcji stanu, podobnie jak różniczka parametru stanu, jest różniczką zupełną. Oznacza to obliczeniowo, że zmiana wartości funkcji stanu zależy tylko od stanu końcowego i początkowego układu, a nie od sposobu, w jaki ta zmiana została zrealizowana, czyli nie zależy od rodzaju przemiany.

Podstawowe funkcje stanu w termodynamice technicznej to:

U – energia wewnętrzna, [J]
I – entalpia (energia strugi), [J]
S – entropia, [J/K]
G = I - T S·– entalpia swobodna Gibbsa, [J]
F = U - TS·– energia wewnętrzna swobodna Helmholtza, [J]

Równania pozwalające na obliczenie funkcji stanu nazywamy równaniami kalorycznymi. Dla gazu doskonałego funkcje stanu można łatwo obliczyć.

$$\Delta U = n(Mc_v)\Delta T = mc_v\Delta T$$
$$\Delta I = n(Mc_p)\Delta T = mc_p\Delta T$$
$$\Delta S = mc_p \ln\frac{T_2}{T_1} - mR\ln\frac{p_2}{p_1} = n(Mc_p)\ln\frac{T_2}{T_1} - n(MR)\ln\frac{p_2}{p_1} \qquad (1.13)$$
$$\Delta S = mc_v \ln\frac{T_2}{T_1} + mR\ln\frac{V_2}{V_1} = n(Mc_v)\ln\frac{T_2}{T_1} + n(MR)\ln\frac{V_2}{V_1}$$

Wielkości (Mc_v) i (Mc_p) można łatwo obliczyć, korzystając z zasady ekwipartycji energii, której wynikiem jest poniżej przedstawiona tabela.

Rodzaj gazu	(Mc_v)	(Mc_p)	$\kappa = (Mc_p)/(Mc_v)$
1 atomowy	1,5(MR)	2,5(MR)	1,667
2 atomowy	2,5(MR)	3,5(MR)	1,4
3 i więcej atomowy	3(MR)	4(MR)	1,333

Słuszne jest równanie Mayera:

$$(Mc_p) - (Mc_v) = (MR)$$

1.2. Przykład i zadania do samodzielnego rozwiązania

Przykład 1.2.1. W cylindrze zamkniętym tłokiem znajduje się 0,1[kmol] dwutlenku węgla (CO_2), który można traktować jako gaz doskonały. Parametry na początku przemiany wynoszą p_1=1 [MPa], T_1=600 [K]. Gaz rozpręża się do parametrów p_2 = 0,2 [MPa], T_2 = 300 [K]. Obliczyć ilość substancji w [kg] i [m^3] oraz zmiany funkcji stanu ΔU, ΔI, ΔS.

Rozwiązanie:
Dane:
p_1 = 1 [MPa]; T_1 = 600 [K]; n = 0,1 [kmol]; p_2 = 0,2 [MPa]; T_2 = 300 [K], M_{CO2} = 44 [kg/kmol]

Obliczamy ilość substancji:

m = n M = 0,1 [kmol]·44 [kg/kmol] = 4,4 [kg]
V_n = n ·22,42 [m_n^3/kmol] = 2,242 [m_n^3]

Obliczamy parametry substancji:

$$V_1 = \frac{n\,(MR)T_1}{p_1} = \frac{0{,}1\ [\mathrm{kmol}]\cdot 8314\ \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kmolK}}\right]\cdot 600[\mathrm{K}]}{1\cdot 10^6\ [\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m^2}}]} = 0{,}5\ [\mathrm{m^3}]$$

$$V_2 = \frac{n\,(MR)T_2}{p_2} = \frac{0{,}1\ [\mathrm{kmol}]\cdot 8314\ \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kmolK}}\right]\cdot 300\ [\mathrm{K}]}{0{,}2\cdot 10^6\ [\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m^2}}]} = 1{,}25\ [\mathrm{m^3}]$$

Zmiana funkcji stanu:

$$\Delta U = n(Mc_v)\cdot(T_2 - T_1) = 0{,}1\ [\mathrm{kmol}]\cdot 3\cdot 8{,}314\ \left[\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kmolK}}\right]\cdot(600 - 300)\ [\mathrm{K}] = 748[\mathrm{kJ}]$$

$$\Delta I = n\big(Mc_p\big)\cdot(T_2 - T_1) = 0{,}1\ [\mathrm{kmol}]\cdot 4\cdot 8{,}314\ \left[\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kmolK}}\right]\cdot(600 - 300)\ [\mathrm{K}] = 998\ [\mathrm{kJ}]$$

$$\Delta S = n\big(Mc_p\big)\ln\frac{T_2}{T_1} - n(MR)\ln\frac{p_2}{p_1} = 0{,}1\ [\mathrm{kmol}]\cdot 4\cdot 8{,}314\ \left[\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kmolK}}\right]\cdot\ln\left(\frac{300}{600}\right) - 0{,}1\cdot 8{,}314\ \left[\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kmolK}}\right]\cdot\ln\left(\frac{0{,}2}{1}\right) = -0{,}967\ \left[\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{K}}\right]$$

Odpowiedź:
m = 4,4 [kg]; Vn = 2,242 [m_n^3]; ΔU = 748 [kJ]; ΔI = 998 [kJ]; $\Delta S = -0{,}967\ \left[\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{K}}\right]$.

Zadanie 1.2.1. W zbiorniku znajduje się 100 [kg] acetylenu (C_2H_2). Wyrazić tę ilość substancji gazu w [kmol] i [m_n^3].

Odpowiedź:
$n = 3,85$ [kmol]; $V_n = 87,35$ [m_n^3].

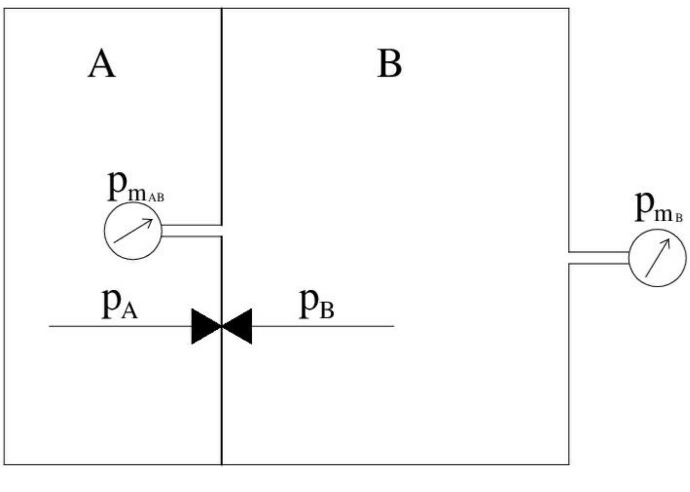
Zadanie 1.2.2. Gęstość normalna substancji gazu wynosi $\rho_n = 1,23$ [kg/m_n^3]. Określić rodzaj gazu, jeżeli występuje on jako dwuatomowy.

Odpowiedź:
$M \cong 28$ [kg/kmol], czyli azot, N_2.

Zadanie 1.2.3. Obliczyć gęstość normalną powietrza w warunkach fizycznych i SI, jeżeli przyjąć, że jego masa drobinowa $M = 28,96$ [kg/kmol] i można go traktować jako gaz doskonały.

Odpowiedź:
$\rho_u = 1,275$ [kg/m_n^3]; $\rho_n = 1,292$ [kg/m_n^3].

Zadanie 1.2.4. W zbiorniku podzielonym przegrodą na dwie części według rysunku 2 zmierzono następujące ciśnienia manometryczne $p_{Am} = 0,8$ [MPa], $p_{Bm} = 0,5$ [MPa]. Określić ciśnienie w części A bezwzględne i manometryczne, jeżeli ciśnienie otoczenia wynosi $p_{ot} = 730$ [Tr].



Rysunek 2. Schemat zbiornika podzielonego przegrodą.

Odpowiedź:
Ciśnienie manometryczne $p_{Am} = 1,3$ [MPa]; ciśnienie bezwzględne $p_A = 1,397$ [MPa].

Zadanie 1.2.5. Określić współczynniki: rozszerzalności α, rozprężliwości β i ściśliwości γ dla równań:

a) $p\,\nu = RT$ – Clapeyrona
b) $\left(p + \frac{a}{\nu^2}\right)(\nu - b) = RT$ – van der Waalsa

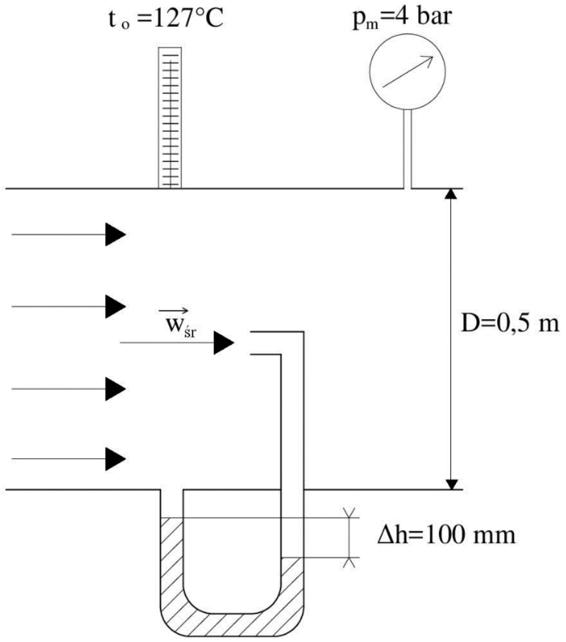
Odpowiedź:
a) $\alpha = \frac{1}{T}\ \beta = \frac{1}{T}\gamma = \frac{1}{p};$
b) $\alpha = \frac{R}{\nu(p-\frac{a}{\nu^2}+\frac{2ab}{\nu^3})}$; $\beta = \frac{1}{p}\frac{R}{\nu-b}$; $\gamma = -\frac{1}{\nu}\ \frac{1}{-\frac{RT}{(\nu-b^2)}+\frac{2a}{\nu^3}}$.

Zadanie 1.2.6. Gaz doskonały dwuatomowy, wodór (H_2) sprężany jest w cylindrze od p_1 = 101 [hPa], t_1 = 15 [°C] do p_2 = 5,5 [MPa], t_2 = 121 [°C]. Obliczyć przyrosty energii wewnętrznej, entalpii i entropii dla procesu. Czy jest możliwe obliczenie pracy i ciepła przemiany w tym zadaniu? Dlaczego?

Odpowiedź:
ΔU = 1102 [kJ/kg]; ΔI = 1543 [kJ/kg]; ΔS = -12,06 [kJ/kg].

Nie ma możliwości obliczenia pracy i ciepła, gdyż nie jest znany przebieg przemiany.

Zadanie 1.2.7. W rurociągu przepływa powietrze, które należy traktować jako gaz doskonały. W celu zmierzenia ilości przepływającego powietrza w rurociągu zabudowano przyrządy pomiarowe według rysunku 3. Ciśnienie otoczenia wynosi p_{ot} = 0,10 [MPa], a temperatura t_{ot} = 17 [ºC]. Gęstość cieczy w rurce Pitota wynosi ρ_c = 1,0 [g/cm^3]. Średnica rurociągu D = 0,5 [m]. Zakładając, że mierzona prędkość jest prędkością średnią powietrza w rurociągu, określić strumień masy i strumień entalpii przepływającego gazu. Jako poziom odniesienia do obliczenia entalpii przyjąć temperaturę otoczenia.



Rysunek 3. Schemat rurociągu z przyrządami pomiarowymi.

Odpowiedź:
$\dot{m}$ = 18,14 [kg/s]; $\dot{I}$= 2,013 [MW].

Zadanie 1.2.8. Obliczyć Δh dla rurki Pitota według rysunku 3 z zadania 1.2.7, przyjmując następujące dane:
$\rho_C = 0{,}5$ [g/cm^3], $\overline{w}_g = 8$ [m/s], $p_m = 0{,}1$ [MPa], $p_{ot} = 0{,}1$ [MPa], $t_{ot} = 27$ [ºC]. Gazem jest etan (C_2H_6).

Odpowiedź:
Δh = 16 [mm].

Zadanie 1.2.9. Zbiornik o nieznanej objętości V_A zawiera pewną ilość gazu o parametrach p_1 = 0,1 [MPa], T_1 = 300 [K]. Do zbiornika doprowadzono 25 [m_n^3] tego samego gazu. Po ustaleniu warunków ciśnienie w zbiorniku wynosiło 0,2 [MPa] przy niezmienionej temperaturze. Obliczyć objętość zbiornika i początkową ilość gazu w nim zawartą.

Odpowiedź:
n_1 = 1,1 [kmol]; V_{zb} = 27,8 [m^3].

Zadanie 1.2.10. Kula o promieniu r = 3 [m], w której znajduje się powietrze, jest zanurzona pod wodą tak, że jej środek znajduje się na głębokości H = 8,5 [m]. W najniższym punkcie kuli jest otwór o bardzo małych wymiarach w porównaniu z promieniem kuli. Od góry do kuli doprowadzono przewód połączony ze sprężarką. W stanie początkowym (przy zamkniętym zaworze) woda znajduje się w kuli na wysokości h = 1/2 r, licząc od najniższego punktu kuli. Temperatura początkowa powietrza równa jest temperaturze wody t_1 = 7 [ºC]. W pewnej chwili otwarto zawór i zaczęto do kuli doprowadzać powietrze o temperaturze t = 7 [ºC], aż do momentu, w którym cała ilość wody została wypchnięta z kuli. Zakładając, że temperatura powietrza jest stała oraz że ciśnienie otoczenia p_{ot} = 764,6 [Tr], obliczyć:

a) ciśnienie początkowe p_1,
b) ilość powietrza, jaka znajdowała się w stanie początkowym w kuli n_1,
c) ciśnienie końcowe p_2,
d) ilość doprowadzonego powietrza Δn.

Przyjąć: gęstość wody 1000 [kg/m^3], przyspieszenie ziemskie g = 9,81 [m/s^2].

Odpowiedź:
a) p_1 = 2 [bar],
b) n_1 = 8,2 [kmol],
c) p_2 = 2,15 [bar],
d) Δn = 10,44 [kmol].

Zadanie 1.2.11. W złożu gazu ziemnego, którego głównym składnikiem jest metan (CH_4), zmierzono ciśnienie bezwzględne p_1 = 50 [bar]. Po wyeksploatowaniu części złoża jego ciśnienie bezwzględne spadło do p_2 = 40 [bar]. W tym czasie wydobyto ze złoża 1 000 000 [m_n^3] tego gazu. Przy założeniu, że temperatura gazu w złożu i objętość złoża nie uległy zmianie obliczyć ilość gazu pozostałą w złożu.

Odpowiedź:
V_{n2} = 4 000 000 [m_n^3].

Rozdział 2.
Obliczanie pracy przemiany termodynamicznej

2.1. Podstawowe zależności i definicje

Pracą przemiany termodynamicznej nazywamy część energii, jaką wymienił układ z otoczeniem, związaną ze zmianą ciśnienia i/lub objętości podczas przemiany pomiędzy stanami 1 a 2. Praca przemiany jest dodatnia, jeżeli wykonuje ją układ. Jeżeli praca do układu jest dostarczana, wówczas jest ujemna. Praca w termodynamice definiowana jest dla układu nieprzepływowego (np. zamknięty tłokiem cylinder) jako praca bezwzględna i użyteczna, a dla układu przepływowego (np. turbina) jako praca techniczna.

Praca bezwzględna:

$$L_{\pi 1\text{-}2} = \int_{V1}^{V2} p(V)dV \qquad [J] \qquad (2.1)$$

$$l_{\pi 1-2} = \frac{L_{1-2}}{m} = \int_{v_1}^{v_2} p(v)\,dv \qquad [J/kg] \qquad (2.2)$$

Praca techniczna

$$L_{t\pi 1\text{-}2} = -\int_{p1}^{p2} V(p)dp \qquad [J] \qquad (2.3)$$

$$l_{t\pi 1\text{-}2} = \frac{L_{t\pi 1\text{-}2}}{m} = -\int_{p1}^{p2} v(p)dp \qquad [J/kg] \qquad (2.4)$$

Praca użyteczna

$$L_{u\pi 1-2} = L_{\pi 1-2} - p_{ot}(V_2 - V_1) \qquad [J] \qquad (2.5)$$

2.2. Przykład i zadania do samodzielnego rozwiązania

Przykład 2.2.1. W cylindrze zamkniętym tłokiem znajduje się 0,1 [kmol] metanu (CH_4), który można traktować jako gaz doskonały. Parametry początkowe gazu w cylindrze są następujące: $V_1 = 0,1$ [m^3], $p_1 = 10$ [MPa]. Gaz rozpręża się do parametrów $V_2=1$ [m^3] i ciśnienia $p_2 = 1$ [MPa]. Obliczyć pracę bezwzględną, techniczną i użyteczną, wykonaną przez gaz w cylindrze, jeśli ciśnienie otoczenia wynosi 1[bar].
Prace te obliczyć dla dwóch przypadków:
a) przemiana jest linią prostą,
b) przemiana jest izotermą T = idem, a zatem pV = idem.

Rozwiązanie:
Dane:
$p_1 = 10$ [MPa], $V_1 = 0,1$ [m^3], $p_2 = 1$ [MPa], $V_2 = 1$ [m^3]

Przypadek a)

Są dwie możliwości rozwiązania tego zadania: można obliczyć funkcję liniową p(V), mając parametry początku i końca przemiany albo skorzystać z wzoru na trapez. Obraz przemiany w postaci linii prostej na wykresie p-V pozwala po zrzutowaniu na oś V obliczyć pracę bezwzględną i użyteczną, a po zrzutowaniu na oś p pracę techniczną. Pamiętać należy o znaku pracy.

$$L_{\pi 1-2} = \frac{p_1 + p_2}{2} \cdot (V_2 - V_1) = 5{,}5 \cdot 10^3 \text{ [kPa]} \cdot 0{,}9 \text{ [m}^3\text{]} = 4950 \text{ [kJ]}$$

$$L_{u\pi 1-2} = \frac{p_1 + p_2}{2} \cdot (V_2 - V_1) - p_{ot} \cdot (V_2 - V_1) = 4950 \text{ [kJ]} - 90 \text{ [kJ]} = 4860 \text{ [kJ]}$$

$$L_{t\pi 1-2} = -\frac{V_1 + V_2}{2} \cdot (p_2 - p_1) = 0{,}55 \text{ [m}^3\text{]} \cdot 9000 \text{ [kPa]} = 4950 \text{ [kJ]}$$

Odpowiedź:
$L_{\pi 1-2} = 4950$ [kJ]; $L_{u\pi 1-2} = 4860$ [kJ]; $L_{t\pi 1-2} = 4950$ [kJ].

Przypadek b)

Aby skorzystać z zależności (2.1) - (2.5), należy znać funkcje p(V) i V(p). Korzystamy z równania izotermy: $pV = idem = p_1V_1 = p_2V_2$. Czyli równania funkcji można zapisać:

$p(V) = p_1V_1/V$ oraz $V(p) = p_1V_1/p$.

Można teraz obliczyć całki oznaczone pracy:

$$L_{\pi 1\text{-}2} = \int_{V1}^{V2} p(V)dV = \int_{V1}^{V2} \frac{p_1 V_1}{V} dV = p_1 V_1 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) =$$

$$= 10 \cdot 10^3 \text{ [kPa]} \cdot 0{,}1 \text{ [m}^3\text{]} \cdot 2{,}3 = 2300 \text{ [kJ]}$$

$$L_{u\pi 1-2} = L_{\pi 1-2} - p_{ot} \cdot (V_2 - V_1) = 2300 \text{ [kJ]} - 90 \text{ [kJ]} = 2210 \text{ [kJ]}$$

$$L_{t\pi 1\text{-}2} = -\int_{p1}^{p2} V(p)dp = -\int_{p1}^{p2} \frac{p_1 V_1}{p} dp =$$

$$= -p_1 V_1 \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = 10 \cdot 10^3 \text{ [kPa]} \cdot 0{,}1 \text{ [m}^3\text{]} \cdot 2{,}3 = 2300 \text{ [kJ]}$$

Odpowiedź:
$L_{\pi 1\text{-}2} = 2300$ [kJ]; $L_{u\pi 1-2} = 2210$ [kJ]; $L_{t\pi 1\text{-}2} = 2300$ [kJ].

Zadanie 2.2.1. Obliczyć pracę bezwzględną i pracę techniczną wykonaną w przemianie izotermicznej przez gaz, który można opisać zależnością Clausiusa:

$$p\,(v-b) = RT$$

Odpowiedź:
$l_{\pi 1-2} = R \cdot T\ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$; $l_{t\pi 1-2} = R \cdot T\ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right) + b(p_1 - p_2)$.

Zadanie 2.2.2. Wiedząc, że równanie stanu dla każdego czynnika można zapisać w postaci ogólnej:

$$dv = \alpha v dT - \gamma v dp$$

obliczyć:
a) pracę odwracalnej przemiany izotermicznej,
b) pracę odwracalnej przemiany izobarycznej przyjmując, że $\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p$ jest stałe.

Odpowiedź:
a) $l_{\pi 1-2} = \frac{-\gamma v}{2}(p_2^2 - p_1^2)$,
b) $l_{\pi 1-2} = \alpha p v (T_2 - T_1)$.

Zadanie 2.2.3. Cylinder zamknięty tłokiem zawiera gaz o parametrach początkowych $p_1 = 0{,}2$ [MPa], $V_1 = 0{,}5$ [m^3]. Na tłok sypany jest piasek o stałym strumieniu masy $\dot{m} = 1$ [kg/min]. Powierzchnia tłoka wynosi 100 [cm^2]. Obliczyć objętość i ciśnienie w cylindrze po upływie 2 godz., przy założeniu, że przemiana w cylindrze przebiega według izotermy gazu doskonałego, czyli pV = idem. Obliczyć jednostkową pracę bezwzględną, techniczną i użyteczną, wykonywaną przez gaz w tym czasie. Ciśnienie otoczenia wynosi 0,1 [MPa].

Odpowiedź:
$p_2 = 0{,}318$ [MPa]; $V_2 = 0{,}315$ [m^3]; $L_{\pi 1\text{-}2} = -46$ [kJ]; $L_{u\pi 1\text{-}2} = -28{,}1$ [kJ]; $L_{t\pi 1\text{-}2} = -46$[kJ].

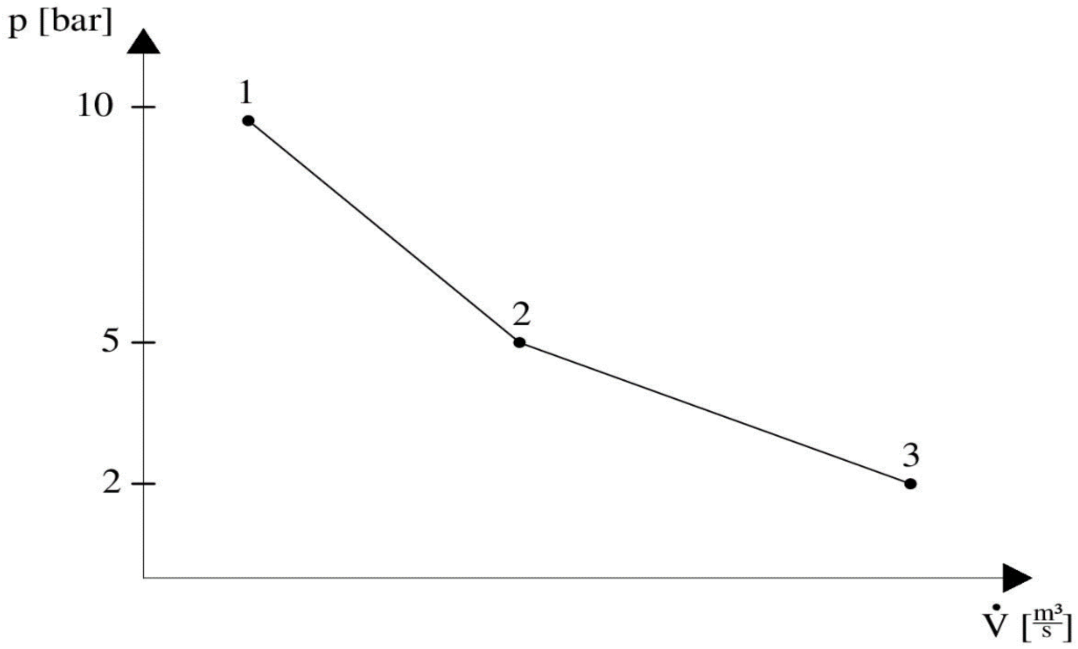
Zadanie 2.2.4. Obliczyć pracę bezwzględną przemiany izotermicznej gazu określonego równaniem:

a) Clapeyrona $p\nu = RT$,
b) van der Waalsa $\left(p + \frac{a}{\nu^2}\right)(\nu - b) = RT$.

Odpowiedź:
a) $l_{\pi 1-2} = R \cdot T_1 \ln\left(\frac{\nu_2}{\nu_1}\right)$,
b) $l_{\pi 1-2} = RT_1 \ln\frac{\nu_2}{\nu_1} + [RT_1 \ln\left(\frac{1-\frac{b}{\nu_2}}{1-\frac{b}{\nu_1}}\right) + a\left(\frac{1}{\nu_2} - \frac{1}{\nu_1}\right)]$.

Zadanie 2.2.5. Azot (N_2, gaz doskonały) o parametrach $p_1 = 10$ [bar], $T_1 = 600$ [K] dopływa do maszyny przepływowej (silnika). Przemianę zamkniętą wewnątrz maszyny przedstawia w układzie p-V linia złożona z dwóch odcinków prostych (rysunek 4). Parametry punktu załamania mają wartość: $p_2 = 5$ [bar], $T_2 = 500$ [K]. Parametry gazu w przewodzie wylotowym wynoszą: $p_3 = 2$ [bar], $T_3 = 300$ [K]. Moc maszyny N = 200 [kW].

Obliczyć:
– strumień masy azotu, $\dot{m}$ [kg/min].



Rysunek 4. Przemiana w układzie *p-V*.

Odpowiedź:
$\dot{m}$= 52,1 [kg/min].

Zadanie 2.2.6. Obliczyć pracę techniczną, bezwzględną i użyteczną przemiany gazu doskonałego w cylindrze, jeżeli przebiega ona według równania:

$$(p - p_{ot})V^3 = idem$$

W przemianie bierze udział 1 [kmol] gazu od parametrów początkowych p_1 = 0,3 [MPa], T_1 = 400 [K] do p_2 = 0,2 [MPa]. Ciśnienie otoczenia wynosi p_{ot} = 0,1 [MPa].

Odpowiedź:
$L_{\pi 1\text{-}2} = 699$ [kJ]; $L_{u\pi 1-2} = 1230$ [kJ]; $L_{t\pi 1\text{-}2} = 410$ [kJ].

Rozdział 3.
Obliczanie ciepła przemiany termodynamicznej

3.1. Podstawowe zależności i definicje

Ciepło przemiany Π

Ciepłem przemiany Π nazywamy energię wymienianą przez układ z otoczeniem, spowodowaną różnicą temperatury między otoczeniem a układem nieizolowanym, od temperatury wyższej do niższej. Ilość ciepła, która została wymieniona pomiędzy układem a otoczeniem podczas przemiany Π pomiędzy stanem 1 a 2, oznaczamy przez $Q_{\Pi 1-2}$.

$$dQ_{\Pi} = n\left(Mc_{\Pi}\right) \cdot dT \qquad [J] \qquad (3.1)$$

$$Q_{\Pi 1-2} = n\int_{1}^{2}\left(Mc_{\Pi}\right)(T)\, dT \qquad [J] \qquad (3.2)$$

$$Q_{\Pi 1-2} = m\int_{1}^{2} c_{\Pi}(T)\, dT \qquad [J] \qquad (3.3)$$

Zgodnie z umową w polskiej termodynamice technicznej ciepło przemiany jest dodatnie, jeżeli jest dostarczane do układu, a ujemne, jeżeli jest wyprowadzane z układu.

Pojemność cieplna układu dla przemiany Π

Pojemność cieplna układu dla przemiany Π definiowana jest zależnością:
– średnia pojemność cieplna:

$$C_{\Pi}\Big|_{T1}^{T2} = \frac{Q_{\Pi 1-2}}{T_2 - T_1} \qquad (3.4)$$

– rzeczywista pojemność cieplna:

$$C_{\Pi}(T) = \frac{dQ_{\Pi}}{dT} \qquad (3.5)$$

Ciepło właściwe przemiany Π

Ciepło właściwe przemiany Π jest właściwie skróconą nazwą właściwej pojemności cieplnej substancji dla przemiany π. Zależności do obliczania ciepła właściwego zostały podane poniżej:

a) średnie ciepło właściwe $c_{\Pi}\big|_{T1}^{T2};(Mc_{\Pi})\big|_{T1}^{T2}$

$$Q_{\Pi 1,2} = m c\big|_{T_1}^{T_2} \cdot \left(T_2 - T_1\right)$$

$$c_{\Pi}\Big|_{T_1}^{T_2} = \frac{c_{\Pi}\Big|_0^{T_2} T_2 - c_{\Pi}\Big|_0^{T_1} T_1}{T_2 - T_1} \tag{3.6}$$

analogicznie

$$\left(Mc_{\Pi}\right)\Big|_{T_1}^{T_2} = \frac{\left(Mc_{\Pi}\right)\Big|_0^{T_2} T_2 - \left(Mc_{\Pi}\right)\Big|_0^{T_1} T_1}{T_2 - T_1} \tag{3.7}$$

b) rzeczywiste ciepło właściwe $c_{\Pi}\left(T\right);(Mc_{\Pi})(T)$

$$c_{\Pi}\left(T\right) = \frac{d q_{\Pi}}{d T} \tag{3.8}$$

$$c_{\Pi}\Big|_{T_1}^{T_2} = \frac{\int_1^2 c_{\Pi}\left(T\right) dT}{T_2 - T_1} \tag{3.9}$$

oraz:

$$(M c_{\Pi})\Big|_{T_1}^{T_2} = \frac{\int_1^2 (Mc_{\Pi})\left(T\right) dT}{T_2 - T_1} \tag{3.10}$$

3.2. Przykład i zadania do samodzielnego rozwiązania

Przykład 3.2.1.
W zbiorniku znajduje się n=10[kmol] dwutlenku węgla (CO_2) pod stałym ciśnieniem. Molowe rzeczywiste ciepło właściwe tej substancji można przybliżyć wzorem:

$$(Mc_p)=28{,}66+35{,}7\cdot 10^{-3}T-10{,}34\cdot 10^{-6}T^2$$

Obliczyć ilość ciepła, jaką należy doprowadzić do gazu przy ogrzewaniu izobarycznym od temperatury T_1 = 300 [K] do T_2 = 600 [K].

Rozwiązanie:
Dane:
n = 10 [kmol]; T_1 = 300 [K]; T_2 = 600 [K]; przemiana izobaryczna

$$Q_{p1\text{-}2}=n\int_{T1}^{T2}(Mc_p)(T)dT=n\int_{T1}^{T2}(28{,}66+35{,}7\cdot 10^{-3}T-10{,}34\cdot 10^{-6}T^2)dT=$$

$$10\,[\text{kmol}]\left[28{,}66(T_2\text{-}T_1)+\frac{35{,}7}{2}\cdot 10^{-3}\left(T_2^2\text{-}T_1^2\right)\text{-}\frac{10{,}34}{3}\cdot 10^{-6}\left(T_2^3\text{-}T_1^3\right)\right]\left[\frac{\text{kJ}}{\text{kmol}}\right]=$$

$$127660{,}8\,[\text{kJ}]$$

Odpowiedź:
$Q_{p1\text{-}2}$ = 127660,8 [kJ].

Zadanie 3.2.1. Wiedząc, że dla dwutlenku węgla (CO_2) średnia entalpia kilomolowa $\Delta(Mi)\big|_0^t$ [kJ/kmol] wynosi (tabela 1):

Tabela 1
Średnia entalpia kilomolowa $\Delta(Mi)\big|_0^t$[kJ/kmol] *dla dwutlenku węgla* (CO_2)

t	$\Delta(\boldsymbol{Mi})\big|_0^t$
100	3 811
200	8 014
300	12 527

wyznaczyć funkcję rzeczywistego ciepła właściwego przy stałej objętości, zakładając, że w tym zakresie spełnione jest równanie:

$$(MR)=(Mc_p)\big|_0^t-(Mc_v)\big|_0^t$$

Odpowiedź:
$(Mc_v)(t) = -0{,}04095\,t^2 + 47{,}39\,t + 27695$ [J/(kmol K)].

Zadanie 3.2.2. W zbiorniku o stałej objętości znajduje się $V_n = 3$ [m_n^3] dwutlenku węgla (CO_2) temperaturze $t_1 = 27$ [ºC] pod ciśnieniem otoczenia $p_{ot} = 1$ [bar]. Pod wpływem dostarczonego przez grzejnik ciepła manometr wskazał nadciśnienie 900 [mbar]. Średnie molowe ciepło właściwe dwutlenku węgla (CO_2) określa równanie:

$$(Mc_v)\Big|_0^T = 35{,}51 + 10{,}58 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{T}\ [\mathrm{kJ/(kmol\ K)}]$$

Obliczyć objętość V_z, temperaturę t_2 oraz moc grzejnika, jeżeli czas grzania $\tau = 10$ [min], a 5 % mocy grzejnika rozprasza się do otoczenia przez ściany zbiornika.

Odpowiedź:
$V_z = 3{,}29$ [m^3]; $t_2 = 570$ [K]; N = 2,8 [kW].

Zadanie 3.2.3. Strumień pary wodnej o temperaturze $t_1 = 227$ [ºC] przepływa przez odbiornik ciepła, gdzie ochładza się do temperatury $t_2 = 127$ [ºC]. Rzeczywiste ciepło właściwe pary dla tego przypadku można obliczyć, korzystając z zależności:

$$c_p = 4{,}617 - \frac{103{,}3}{\sqrt{T}} + \frac{967{,}5}{T}\ [\mathrm{kJ/(kg\ K)}]$$

Obliczyć strumień masy pary, przyjmując, że odbiornik ciepła ma moc 20 [kW], a 10% ciepła oddawanego przez parę tracone jest na rzecz otoczenia.

Odpowiedź:
$\dot{m} = 0{,}0156$ [kg/s].

Zadanie 3.2.4. Rzeczywiste ciepło przemiany izobarycznej dla powietrza można wyrazić wzorem:

$$c_p(T) = 1{,}045 - 3{,}16 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{T} + 7{,}08 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{T}^2 - 2{,}7034 \cdot 10^{-10} \cdot \mathrm{T}^3\ [\mathrm{kJ/(kgK)}]$$

słusznym z dokładnością ± 2 % w zakresie temperatury 260 - 610 [K].
Obliczyć średnie ciepło właściwe $c_p\Big|_{300}^{400}$ [kJ/(kgK)].

Odpowiedź:
$c_p\Big|_{300}^{400} = 1{,}0099$ [kJ/(kgK)].

Rozdział 4.
Bilans energetyczny przemiany termodynamicznej

4.1. Podstawowe zależności i definicje

Zasada zachowania energii

W układzie izolowanym suma wszystkich rodzajów energii pozostaje stała. Z tego twierdzenia wynika wniosek, że:

$$E_d = \Delta E_u + E_w \tag{4.1}$$

Zmiana energii układu ΔE_u oznacza sumę zmian:
- energii kinetycznej ΔE_k – (dla gazów pomijalna, jeśli zmiana prędkości układu jest mniejsza niż 40 [m/s]),
- energii potencjalnej ΔE_p – (dla gazów pomijalna, jeżeli zmiana wysokości jest mniejsza niż 100 [m]),
- energii wewnętrznej układu wewnątrz osłony bilansowej,
- pozostałych rodzajów energii (chemicznej, elektrycznej jądrowej) zwykle w zadaniach nieuwzględnianych.

Energia doprowadzana E_d lub wyprowadzana E_w z układu może być za pomocą:
- ciepła $Q_{\pi 1\text{-}2}$,
- pracy $L_{\pi 1\text{-}2}$,
- energii strugi czynnika $I+E_k+E_p$,
- prądu elektrycznego.

Jak wcześniej wspomniano, w termodynamice technicznej przyjmuje się umownie, że ciepło dostarczane do układu jest dodatnie, a wyprowadzane ujemne. Odwrotnie dla pracy – jest ona dostarczona do układu jako ujemna, a wyprowadzona dodatnia.
Dla takiej umowy można zapisać:

$$dq = du + pdv \tag{4.2}$$

$$dq = di - vdp \tag{4.3}$$

a na podstawie definicji entropii

$$dq = Tds \tag{4.4}$$

Na tej podstawie można opracować tabelę dla przemian charakterystycznych, słusznych zarówno dla gazów doskonałych, jak i rzeczywistych.

Tabela 2

Zestawienie zależności dla przemian charakterystycznych dla gazów doskonałych i rzeczywistych

Rodzaj przemiany	**Ciepło** $q_{\Pi 1-2}$	**Praca bezwzględna** $l_{\Pi 1-2}$	**Praca techniczna** $l_{t\Pi 1-2}$
izoterma $T = idem$	$T \cdot \Delta s$	$q_{T1,2} - \Delta u$	$q_{T1,2} - \Delta i$
izobara $p = idem$	Δi	$p(v_2 - v_1) = q_{p1,2} - \Delta u$	0
izochora $\mathbf{v} = idem$	Δu	0	$-\mathbf{v}(p_2 - p_1) = q_{v1,2} - \Delta i$
izentropa s = idem, Δs = 0	0	$-\Delta u$	$-\Delta i$
politropa $p\mathbf{v}^z = idem$	$l_{1-2} + \Delta u = l_{t1-2} + \Delta i$	$\frac{1}{z-1}(p_1\mathbf{v}_1 - p_2\mathbf{v}_2)$	$\frac{z}{z-1}(p_1\mathbf{v}_1 - p_2\mathbf{v}_2)$

W rozdziale 1 pokazano ilustracyjnie równania kaloryczne dla gazu doskonałego (1.13), więc nie będą już w tym miejscu powtarzane. Dla dowolnego gazu rzeczywistego można sformułować postać różniczkową podaną poniżej.

Równania kaloryczne w postaci ogólnej różniczkowej

$$
\begin{aligned}
du &= c_v dT + \left[T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{\mathbf{v}} - p \right] d\mathbf{v} \\
di &= c_p dT - \left[T\left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial T}\right)_{p} - \mathbf{v} \right] dp \\
ds &= c_v \frac{dT}{T} + \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{\mathbf{v}} d\mathbf{v} \\
ds &= c_v \frac{dT}{T} - \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial T}\right)_{p} dp
\end{aligned}
\tag{4.5}
$$

Dla gazu półdoskonałego równania różniczkowe mogą być uproszczone do postaci:

$$
\begin{aligned}
du &= c_v dT \\
di &= c_p dT \\
ds &= c_v \frac{dT}{T} + \frac{R}{\mathbf{v}} d\mathbf{v} \\
ds &= c_p \frac{dT}{T} - \frac{R}{\mathbf{v}} d\mathbf{v}
\end{aligned}
\tag{4.6}
$$

Równanie Mayera słuszne jest również dla gazu półdoskonałego:

$$c_p - c_v = R \tag{4.7}$$

$$(Mc_p) - (Mc_v) = (MR)$$

Równania (4.6) po scałkowaniu określają przyrosty funkcji stanu podczas przemiany:

$$\Delta U = n \cdot \left(Mc_v\right)\Big|_{T_1}^{T_2} \left(T_2 - T_1\right)$$

$$\Delta I = n \cdot \left(Mc_p\right)\Big|_{T_1}^{T_2} \left(T_2 - T_1\right)$$

$$\Delta S = n \cdot \left[\Delta\left(Ms_v\right)\Big|_0^{T_2} - \Delta\left(Ms_v\right)\Big|_0^{T_1}\right] + n \cdot \left(MR\right) \cdot \ln\frac{v_2}{v_1}$$

$$\Delta S = n \cdot \left[\Delta\left(Ms_p\right)\Big|_0^{T_2} - \Delta\left(Ms_p\right)\Big|_0^{T_1}\right] - n \cdot \left(MR\right) \cdot \ln\frac{p_2}{p_1} \tag{4.8}$$

$$\Delta\left(Ms_v\right)\Big|_0^{T} = \phi\left(T\right) = \int_0^T \frac{\left(Mc_v\right)\left(T\right)}{T} dT \quad - \text{I funkcja Nusselta}$$

$$\Delta\left(Ms_p\right)\Big|_0^{T} = f\left(T\right) = \int_0^T \frac{\left(Mc_p\right)\left(T\right)}{T} dT \quad - \text{II funkcja Nusselta}$$

4.2. Przykłady i zadania do samodzielnego rozwiązania

IZOCHORA, IZOBARA, IZOTERMA

Przykład 4.2.1.

W izobarycznym zbiorniku o objętości V = 1 [m^3] znajduje się pod ciśnieniem p_1 = 0,2 [MPa] dwuatomowy gaz doskonały w ilości n = 0,08 [kmol]. W zbiorniku zamontowana jest grzałka o mocy N = 800 [W]. Obliczyć, po jakim czasie ciśnienie wzrośnie do wartości p_2 = 0,3 [MPa].

Rozwiązanie:

Dane:

V= 1 [m^3]
p_1= 0,2 [MPa]
n= 0,08 [kmol]
N= 800 [W]
p_2= 0,3 [MPa]

Szukane:

τ = ?

Na podstawie równania gazu doskonałego:

$$T_1 = \frac{p_1 V}{n(MR)} = 300{,}7\ [K]; \qquad T_2 = \frac{p_2 V}{n(MR)} = 451\ [K]$$

$$Q_{1-2} = n(Mc_v)\cdot(T_2 - T_1) = n\cdot 2{,}5\cdot(MR)\cdot(T_2 - T_1)$$

$$Q_{1-2} = N\cdot\tau$$

stąd

$$\tau = \frac{2{,}5\cdot n\,(MR)\cdot(T_2 - T_1)}{N} = 315{,}5\ [s]\,.$$

Odpowiedź:

Czas, po którym ciśnienie wzrośnie do 0,3 [MPa] wynosi 315,5 [s].

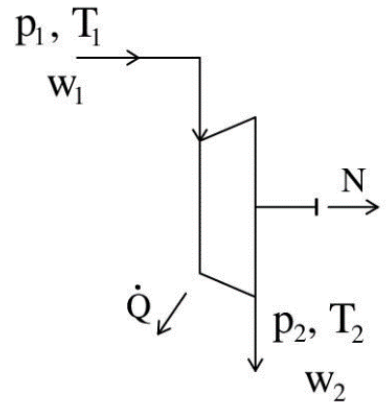
Przykład 4.2.2.

Maszyna przepływowa o mocy N = 500 [kW] zasilana jest azotem (N_2), którego parametry na dopływie wynoszą p_1 = 1,2 [MPa], T_1 = 800[K], a średnia prędkość w_1 = 100 [m/s]. Azot (N_2) opuszczający maszynę ma temperaturę końcową T_2 = 300 [K]. Przemiana odbywa się według politropy pv^z = idem. Króciec zasilający maszynę ma średnicę d_1 = 100 [mm], a wylotowy d_2 = 400 [mm]. Obliczyć ciepło wymieniane w maszynie, prędkość oraz ciśnienie gazu opuszczającego maszynę. Azot (N_2) należy traktować jako gaz dwuatomowy.

Rozwiązanie:

Dane:

N = 1500 [kW]
p_1 = 1,2 [MPa]
T_1 = 800 [K]
w_1 = 100 [m/s]
T_2 = 300 [K]
d_1 = 100 [mm]
d_2 = 400 [mm]



Rysunek 5. Schemat ideowy maszyny.

Równanie bilansu energii ma postać:

$$E_d = E_w$$

czyli

$$\dot{I}_1 + \dot{E}_{k1} = N + \dot{Q} + \dot{I}_2 + \dot{E}_{k2}$$

a po rozpisaniu

$$\dot{n}(Mc_p)T_1 + \dot{n}M\,\frac{w_1^2}{2} = n(Mc_p)T_2 + \dot{n}M\,\frac{w_1^2}{2} + N + \dot{Q}$$

z równania Clapeyrona dla warunków dolotu

$$n = \frac{p_1 w_1 \frac{\pi\, d_1^2}{4}}{(MR)T_1} = 0{,}142\ [\mathrm{kmol}]$$

$$N = \dot{L}_{t1\text{-}2} = \dot{n}(MR)\,\frac{z}{z-1}(T_1 - T_2)$$

czyli

$$z = 1{,}65$$

Według równania politropy Tv^{z-1} = idem.

$$w_2 = w_1\,\frac{d_1^2}{d_2^2}\,\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{z}{1-z}} = 28{,}3\ [\mathrm{m/s}]$$

$$p_2 = p_1\,\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{z}{1-z}} = 0{,}78\ [\mathrm{MPa}]$$

$$\dot{Q} = 3{,}5\,\dot{n}\,(MR)\,(T_1 - T_2) + \dot{n}\,M\left(\frac{w_1^2}{2} - \frac{w_2^2}{2}\right) - N = 584\ [\mathrm{kW}]\,.$$

Odpowiedź:
n = 0,142 [kmol]; z = 1,65; w_2 = 28,3 [m/s]; p_2 = 0,78 [MPa]; $\dot{Q}$= 584 [kW].

Zadanie 4.2.1. W zbiorniku znajduje się m = 5 [kg] powietrza o parametrach początkowych p_1 = 101,3 [kPa], t_1 = 38 [ºC]. Powietrze jest podgrzewane, aż do osiągnięcia temperatury 260 [ºC]. Przy założeniu, że powietrze można traktować jako gaz doskonały, obliczyć zmianę energii wewnętrznej, entalpii, wykonaną pracę i ciepło przemiany dla:

a) przemiany izochorycznej,
b) przemiany izobarycznej.

Odpowiedź:

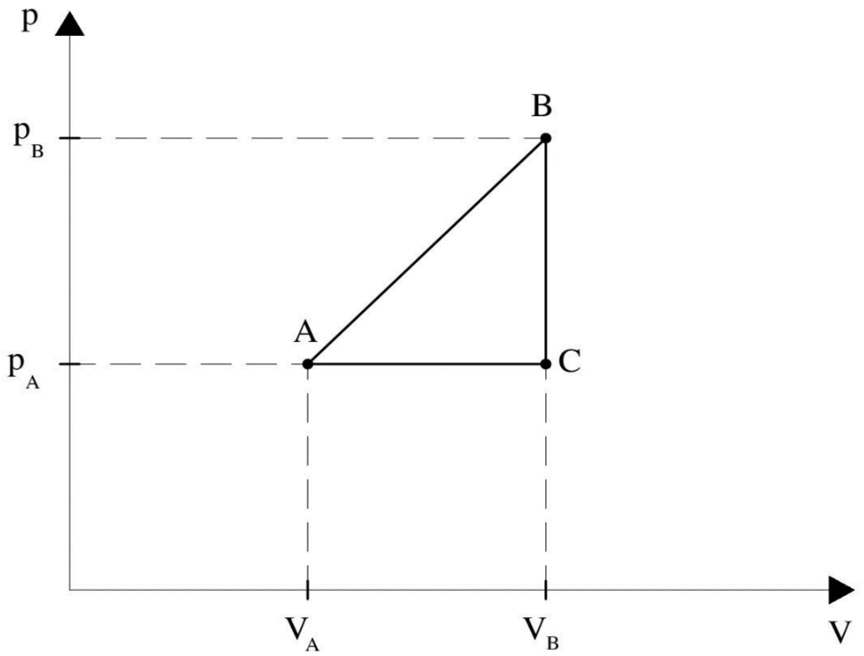
a) p_2 = 174,7 [kPa]; ΔU = 795 [kJ]; ΔI = 1118 [kJ]; $L_{v1\text{-}2} = 0$; $Q_{v1\text{-}2} = \Delta U_{v1\text{-}2}$.
b) V_2 = 7,54 [m^3]; ΔU = 795 [kJ]; ΔI = 1118 [kJ]; $L_{v1\text{-}2}$ = 323 [kJ]; Q = 1118 [kJ].

Zadanie 4.2.2. Układ zamknięty oddaje 25 [kJ] ciepła przy równoczesnym zmniejszeniu objętości. Przy założeniu procesu izobarycznego przy p = 350 [kPa] określić zmianę energii wewnętrznej.

Odpowiedź:

ΔU = 10 [kJ].

Zadanie 4.2.3. Porównaj dwa przebiegi przemian dwuatomowego gazu doskonałego pomiędzy punktami A i B według rysunku 6, przyjmując, że $p_B = 2p_A$, a $v_B = 2v_A$. Obliczyć ciepło przemian q_{AB} i q_{ACB}.



Rysunek 6. Ilustracja graficzna dla zadania 4.2.3.

Odpowiedź:

$q_{AB} = 9\ RT_A$; $q_{ACB} = 17/2\ RT_A$.

Zadanie 4.2.4. W cylindrze zamkniętym tłokiem o masie 10 [kg] znajduje się dwuatomowy gaz doskonały o parametrach początkowych $T_1 = 300$ [K], $V_1 = 0,1$ [m^3]. Na skutek dostarczenia pewnej ilości ciepła gaz wykonał pracę $L_{p_{1-2}} = 20$ [kJ]. Obliczyć ilość dostarczonego ciepła oraz parametry końcowe gazu w cylindrze, jeżeli ciśnienie otoczenia jest stałe i wynosi $p_{\alpha} = 0,1$ [MPa], a powierzchnia tłoka A = 0,000981 [m^2].

Odpowiedź:
$p_1 = p_2 = 0,2$ [MPa];$V_2 = 0,2$ [m^3]; $T_2 = 600$ [K]; $\Delta U = 50$ [kJ]; $Q_{p_{1-2}} = 70$ [kJ].

Zadanie 4.2.5. W cylindrze zamkniętym tłokiem znajduje się dwuatomowy gaz doskonały. Cylinder jest podgrzewany stałym strumieniem ciepła wynoszącym $\dot{Q} = 5$ [kW], a równocześnie na tłok zamykający cylinder sypie się ze stałym strumieniem masy piasek. Obliczyć strumień masy piasku $\dot{m}$ = [kg/s], konieczny dla utrzymania stałej objętości cylindra, jeżeli powierzchnia tłoka wynosi A = 0,000981 [m^2]. Objętość początkowa wynosi $V_1 = 0,1$ [m^3].

Odpowiedź:

$$\dot{m} = (\kappa - 1)\frac{\dot{Q}}{V_1} \cdot \frac{A}{g} = 2 \text{ [kg/s]}.$$

Zadanie 4.2.6. W czasie ustalonego przepływu wodoru (H_2, gaz doskonały) przez maszynę przepływową ulegają zmianie jego parametry. Na dopływie do maszyny parametry te są następujące: $p_1 = 1,2$ [MPa], $T_1 = 600$ [K], $p_2 = 0.2$[MPa], $T_2 = 300$ [K]. Prędkość na dolocie $w_1 = 60$ [m/s], przy średnicy rurociągu $d_1 = 100$ [mm]. Obliczyć prędkość przy wypływie, jeżeli $d_2 = d_1 = 100$ [mm]. Przyjmując, że strumień ciepła przekazywany do maszyny od spalanego wodoru wynosi $\dot{Q} = 720$ [kW] ciepła, obliczyć moc mechaniczną N [kW] oddawaną przez maszynę.

Odpowiedź:
$w_2 = 180$ [m/s]; N = 999,5 [kW].

Zadanie 4.2.7. W zbiorniku o pojemności V = 10 [m^3] znajduje się dwuatomowy gaz doskonały. Zbiornik wyposażony jest w zawór bezpieczeństwa, którego otwór o przekroju A = 10 [cm^2] zamknięty jest zaworem dociskanym sprężyną o napięciu wstępnym F = 1 [kN]. Gaz w zbiorniku został podgrzany od temperatury $T_1 = 320$ [K] i nadciśnienia $p_m = 0,45$ [MN/m^2] do temperatury $T_2 = 960$ [K], a następnie ochłodzony do temperatury początkowej T_1. Ciśnienie barometryczne $p_{ot} = 0,1$ [MPa].

Obliczyć:
a) ilość kmol gazu, która opuściła zbiornik,
b) ciśnienie końcowe w zbiorniku,
c) ilość ciepła, którą należało odprowadzić w trakcie ochładzania zbiornika.

Odpowiedź:
a) $\Delta n = 0,689$ [kmol],
b) $p_3 = 0,37$ [MPa],
c) $Qv_{1-2} = 18330$ [kJ].

Zadanie 4.2.8. Zbiornik zawiera 1 kg pary wodnej o ciśnieniu bezwzględnym p_1 = 4 [MPa] i temperaturze t_1 = 280 [ºC]. Ze zbiornika upuszczono część pary tak, że końcowe ciśnienie osiągnęło wartość p_2 = 0,7 [MPa]. Równocześnie zbiornik jest podgrzewany tak, aby utrzymać parę w stałej temperaturze. Ile ciepła doprowadzono do zbiornika w czasie procesu? Parę traktować, jako trójatomowy gaz doskonały.

Odpowiedź:
Qv_{1-2} = 210,8 [kJ].

Zadanie 4.2.9. Powietrze zdławiono izentalpowo od parametrów p_1 = 20 [MPa] , t_1 = 260 [ºC] do p_2 = 0,143 [MPa]. Obliczyć temperaturę t_2 i objętość właściwą v_2 po zdławieniu.

Odpowiedź:
$t_2 = t_1$ = 260 [ºC]; v_2 = 1,0748 [m^3/kg].

Zadanie 4.2.10. Powietrze przepływa przez zwężkę o strumieniu masy, $\dot{m}$ = 1 [kg/s]. Parametry za zwężką są następujące: p_2 = 0,1 [MPa], t_2 = 270 [ºC]. Warunki przed zwężką: p_1 = 0,11 [MPa], t_1 = 300 [ºC]. Obliczyć średnicę wylotową zwężki. Pominąć energię kinetyczną dopływającego gazu. Ciepło oddawane z powierzchni zwężki wynosi 15[kW].

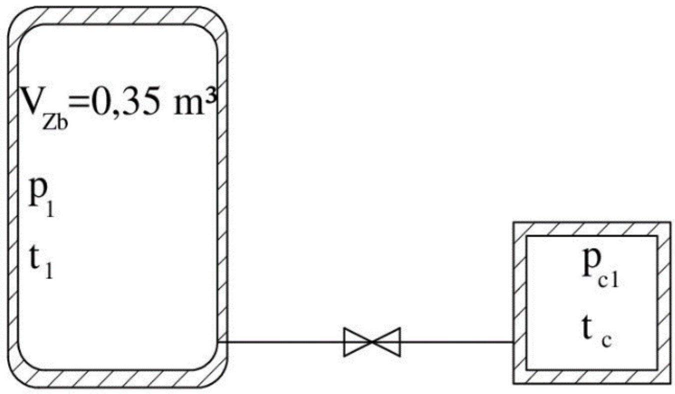
Odpowiedź:
D = 0,60 [m].

Zadanie 4.2.11. W gumowym balonie znajduje się powietrze o parametrach początkowych p_1 = 0,11 [MPa], V_1 = 1 [dm^3], t_1 = 17 [ºC]. Balon jest podgrzewany, wskutek czego następuje przyrost parametrów gazu w taki sposób, że przy wzroście ciśnienia o 30% objętość rośnie o 50%. Przyrost objętości i ciśnienia są liniowo zależne. Oblicz czas, po którym nastąpi 50% wzrost objętości, jeżeli dostarczany strumień ciepła wynosi $\dot{Q}$= 1,08 [W].

Odpowiedź:
ΔU = 261 [J]; $L_{\pi 1-2}$ = 63 [J]; $\Delta\tau$ = 5 [min].

ADIABATA

Zadanie 4.2.12. Obliczyć pracę wykonaną przez powietrze w układzie zbiornik-cylinder (patrz rysunek 7) po otwarciu zaworu. Objętość zbiornika wynosi V_{zb} = 0,35 [m^3], a warunki początkowe w zbiorniku: p_1 = 3,45 [MPa], t_1 = 150 [ºC], w cylindrze: p_{c1} = 69 [kPa]. Założyć, że powietrze można traktować jako gaz doskonały, ciśnienie w cylindrze nie zmienia się, a przemiana przebiega nieskończenie powoli. Przemiana trwa aż do wyrównania się ciśnień w zbiorniku i w cylindrze. Początkowa objętość cylindra jest pomijalnie mała.
a) Zbiornik jest adiabatyczny, a w cylindrze przebiega przemiana izotermiczna o t_c = 24 [ºC].
b) Zbiornik i cylinder są adiatermiczne.



Rysunek 7. Ilustracja graficzna dla zadania 4.2.12.

Odpowiedź:
a) $L_{\pi 1\text{-}k} = 796$ [kJ];
b) $L_{\pi 1\text{-}k} = 371$ [kJ];
c) ($t_{csr} = 7{,}62$ [ºC]).

Zadanie 4.2.13. Dwuatomowy gaz doskonały został rozprężony adiabatycznie od ciśnienia $p_1 = 0{,}5$ [MPa] do ciśnienia $p_2 = 0{,}2$ [MPa]. Obliczyć objętość początkową i końcową, jeżeli gaz wykonał równocześnie pracę techniczną $L_{t1\text{-}2} = 10$ [kJ].

Odpowiedź:
$V_1 = 0{,}025$ [m^3]; $V_2 = 0{,}048$ [m^3].

Zadanie 4.2.14. Azot (N_2) podlega przemianie zamkniętej izobarycznej od $t_1 = 500$ [ºC], $m = 2$ [kg] do $v_2 = 0{,}25$ [m^3/kg], a następnie rozpręża się adiatermicznie odwracalnie do $v_3 = 1{,}73$ [m^3/kg] i $p_3 = 0{,}1$ [MPa]. Narysować przebieg przemian w układzie p-V. Obliczyć zmianę energii wewnętrznej Δu, entalpii Δi, entropii Δs, pracę $l_{\pi 1\text{-}3}$ i pracę techniczną $l_{\pi t1\text{-}3}$ oraz ciepło $q_{\pi 1\text{-}3}$ obu przemian.

Odpowiedź:
$v_1 = 0{,}15$ [m^3/kg]; $\Delta u = -141$ [kJ/kg]; $\Delta i = -198$ [kJ/kg]; $\Delta s = 0{,}51$ [kJ/kg]; $l_{\pi 1\text{-}3} = 651$ [kJ/kg]; $l_{\pi t1\text{-}3} = 707$ [kJ/kg]; $q_{\pi 1\text{-}3} = 509$ [kJ/kg].

Zadanie 4.2.15. Podczas suwu sprężania w cylindrze silnika spalinowego powietrze sprężane jest izentropowo od 41 [ºC], 101 [kPa] do 965 [kPa]. Zakładając, że wykładnik adiabaty w równaniu $pv^{\kappa} = \text{idem}$ jest równy $\kappa = 1{,}4$, obliczyć zmianę temperatury, końcową objętość, zmianę entalpii, pracę i ciepło przemiany.

Odpowiedź:
$v_2 = 0{,}178$ [m^3/kg]; $T_2 = 598{,}4$ [K]; $\Delta i = 285$ [kJ/kg]; $\Delta u = 204$ [kJ/kg]; $l_{\pi 1\text{-}2} = -204$ [kJ/kg]; $q_{\pi 1\text{-}2} = 0$.

Zadanie 4.2.16. Obliczyć moc użytą do napędu sprężarki, w której sprężanie przebiega adiabatycznie odwracalnie. Sprężany jest dwutlenek węgla (CO_2) od parametrów na dolocie $p_1 = 3{,}7$ [MPa], $t_1 = 47$ [ºC] do ciśnienia $p_2 = 4{,}8$ [MPa]. Strumień objętości gazu w warunkach dolotu wynosi $\dot{V}_1 = 0{,}36$ [m^3/s].
Obliczenia przeprowadzić dla gazu traktowanego jako gaz doskonały.

Odpowiedź:
$T_2 = 341{,}5$ [K]; N = 358 [kW].

Zadanie 4.2.17. W cylindrze, w którym tarcie i ciężar tłoka zamykającego cylinder można pominąć, sprężono 1,2 [kg] powietrze o parametrach początkowych $p_1 = p_{ot} = 0{,}1$ [MPa], t = 17 [ºC]. Sprężania dokonano, obciążając tłok siłą 100 [kN], co spowodowało przesunięcie tłoka o 0,6 [m]. Powierzchnia tłoka A = 0,507 [m^2]. Obliczyć parametry stanu końcowego, pracę bezwzględną, techniczną i użyteczną oraz zmianę entropii. Gaz należy traktować jako doskonały dwuatomowy.

Odpowiedź:
$V_2 = 0{,}469$ [m^3]; $p_2 = 2{,}131$ [bar]; $L_{\pi 1\text{-}2} = -75{,}6$ [kJ]; $L_{\pi t1\text{-}2} = -75{,}6$ [kJ]; $L_{\pi u1\text{-}2} = -22{,}5$ [kJ]
$\Delta S = -260{,}8$ [J/K]; $Q_{\pi 1\text{-}2} = -75{,}6$ [kJ].

Zadanie 4.2.18. Cylinder zamknięty jest tłokiem dociskanym sprężyną. W chwili początkowej znajdujące się w cylindrze powietrze ma parametry otoczenia $p_1 = 0{,}1$ [MPa], $t_1 = 17$ [ºC]. Pole przekroju cylindra wynosi 200 [cm^2], a wysokość 1,0 [m]. Sprężyna jest zablokowana. Napięcie wstępne wynosi $F_o = 10$ [kN]. Stała sprężystości sprężyny wynosi a = 20 [kN/m]. Objętość końcowa po zwolnieniu sprężyny przy założeniu, że przemiana w cylindrze jest adiabatyczna i odwracalna wynosi 0,0121[m^3]. Obliczyć pracę i pracę techniczną przemiany. Powietrze traktować jako dwuatomowy gaz doskonały.
Wskazówka: Siłę sprężyny można obliczyć $F = F_o - a \cdot x$.

Odpowiedź:
$T_2 = 354{,}7$ [K]; $p_2 = 0{,}202$ [MPa]; $L_{\pi 1\text{-}2} = -1{,}11$ [kJ] ; $L_{\pi t1\text{-}2} = 1{,}56$ [kJ].

Zadanie 4.2.19. Powietrze dopływa do dyfuzora przy parametrach $p_1 = 0{,}7$ [bar], $t_1 = 57$ [ºC] z prędkością w = 200 [m/s]. Na wylocie pole wypływu jest o 20% większe, a ciśnienie wynosi 1 [bar]. Obliczyć prędkość, temperaturę i ciśnienie wylotu, jeżeli:
a) przepływ jest adiabatyczny,
b) następuje utrata 40 [kJ/kg] ciepła, a ciśnienie wylotowe wynosi 1 [bar].

Odpowiedź:
a) $t_2 = 69{,}6$ [ºC]; $w_2 = 121$ [m/s],
b) $t_2 = 31{,}3$ [ºC]; $w_2 = 108$ [m/s].

POLITROPA

Zadanie 4.2.20. Jednostopniowa sprężarka powietrzna bez przestrzeni szkodliwej zasysa 100 [m^3/h] powietrza w warunkach p_1 = 1 [bar], t_1 = 27 [ºC]. Ciśnienie po sprężaniu wynosi p_2 = 5 [bar]. Ile wynosi różnica między teoretyczną mocą napędową w wypadku sprężania izotermicznego i politropowego przy wykładniku z = 1,20. Jaki jest strumień masy wody chłodzącej w obu przypadkach, jeżeli całkowity przyrost jej temperatury wynosi 30 [ºC]?

Odpowiedź:

a) dla przemiany izotermicznej
   N = 4,47 [kW]; $\dot{m}_w$ = 0,036 [kg/s],
b) dla przemiany politropowej przy z = 1,2
   N = 5,125 [kW]; $\dot{m}_w$ = 0,017 [kg/s].

Zadanie 4.2.21. Nad 10 [kg] tlenu (O_2) wykonano pracę bezwzględną 300 [kJ], doprowadzając jednocześnie z otoczenia 400 [kJ] ciepła. Obliczyć przyrost temperatury gazu, który należy traktować, jako doskonały. Obliczyć wykładnik politropy z. Obliczyć ponadto przyrost entalpii i pracę techniczną oraz przyrost entropii czynnika. Założyć, że temperatura przed przemianą wynosiła T_1 = 300 [K], a ciśnienie p_1 = 0,1 [MPa].

Odpowiedź:

T_2 = 407,8 [ºC]; p_2 = 0,189 [MPa]; V_2 = 5,610 [m^3]; z = 1,93
$L_{\pi t1\text{-}2}$ = -582 [kJ]; ΔI = 980 [kJ]; ΔU = 700 [kJ]; ΔS = 1139 [J/K].

Zadanie 4.2.22. Obliczyć wydajność jednostopniowej sprężarki powietrznej o sprężu równym 5. Warunki ssania to p_1 = 1 [bar], t_1 = 17 [ºC], teoretyczna moc sprężania 50 [kW]. Sprężanie jest politropowe o wykładniku z = 1,32. Obliczyć przyrost temperatury wody chłodzącej, jeżeli jej strumień masy wynosi $\dot{m}_w$ = 0,1 [kg/s]. Powietrze należy traktować jako dwuatomowy gaz doskonały.

Odpowiedź:

Δt_w = 18,12 [ºC]; $\dot{V}_1$ = 0,254 [m^3/s].

Zadanie 4.2.23. Gaz dopływa do turbiny przy parametrach dolotowych p_1 = 500 [kPa], t_1 = 550 [ºC] i rozpręża się do ciśnienia wylotowego p_2 = 100 [kPa]. Zmiana entropii gazu wynosi Δs = 0,174 [kJ/(kgK)]. Obliczyć temperaturę t_2 gazu wypływającego z turbiny. Gaz należy traktować jako doskonały wieloatomowy przy c_p = 1,11 [kJ/(kgK)].

Odpowiedź:

T_2 = 646 [K].

Zadanie 4.2.24. Powietrze jest sprężane w procesie stało-przepływowym w stosunku 8:1. Parametry na dolocie są następujące: p_1 = 100 [kPa], t_1 = 25 [ºC]. Obliczyć pracę techniczną, ciepło przemiany i zmianę entropii powietrza w odniesieniu do 1 [kg] dla przemiany politropowej przy wykładniku politropy z = 1,25. Przedstawić w układach p-v i T-s przemianę na tle przemiany izentropowej.

Odpowiedź:
Δs = -0,170 [kJ/(kgK)]; L_{vt1-2} = -228,19 [kJ/kg]; q_{v1-2} = -68,46 [kJ/kg].

Zadanie 4.2.25. Wieloatomowy gaz doskonały metan (CH_4) podlega odwracalnej kompresji politropowej w maszynie przepływowej chłodzonej wodą. Zasysany gaz ma parametry dolotowe T_1 = 300 [K], p_1 = 0,5 [MPa]. Ciśnienie gazu na wypływie wynosi p_2 = 1,0 [MPa]. Strumień wody chłodzącej cylinder sprężarki wynosi $\dot{m}_w$= 1,0 [kg/s], przyrost temperatury ΔT = 20 [K]. Moc sprężarki N = 200 [kW]. Obliczyć wykładnik politropy, temperaturę końcową, ilość sprężanego czynnika.

Odpowiedź:
z = 1,17; T_2 = 331,8 [K]; $\dot{n}$ = 0,11 [kmol/s].

Zadanie 4.2.26. W silniku spalinowym następuje zapłon mieszanki paliwowo-powietrznej w chwili, gdy objętość cylindra wynosi 50 [cm^3], a tłok zaczyna poruszać się w dół. Na skutek zapłonu izochoryczny przyrost temperatury w całej objętości cylindra wynosi 650 [K]. Przed zapłonem temperatura w cylindrze wynosiła T_1 = 350 [K], a ciśnienie p_1 = 0,9 [MPa]. Powstały gaz wykonuje pracę rozprężania według politropy o wykładniku z = 1,4. Zakładając, że gaz można traktować jako wieloatomowy gaz doskonały, obliczyć pracę, pracę techniczną i ciepło przemiany. Maksymalna objętość cylindra wynosi 500 [cm^3].

Odpowiedź:
L_{zt2-3} = 176 [J]; L_{z2-3} = 126 [J]; Q_{z2-3} = -26,7 [J].

Rozdział 5.
Roztwory gazu doskonałego

5.1. Podstawowe zależności i definicje

Roztworem nazywamy jednorodną termodynamicznie i chemicznie mieszaninę wieloskładnikową, pozostającą w stanie równowagi termodynamicznej.

Udział molowy i-tego składnika roztworu z_i:

$$z_i = \frac{n_i}{n} \quad \text{gdzie } n = \sum_{i=1}^{k} n_i \tag{5.1}$$

– udział masowy *i*-tego składnika:

$$g_i = \frac{m_i}{m} \quad \text{gdzie } m = \sum_{i=1}^{k} m_i \tag{5.2}$$

Prawo Leduca (Amagata):
Objętością składnikową i-tego składnika nazywamy objętość, jaką zajmowałby i-ty składnik roztworu, jeśli jego ciśnienie i temperatura byłyby równe ciśnieniu całkowitemu i temperaturze roztworu. Objętość roztworu gazów doskonałych jest równa sumie objętości składnikowych.

Matematycznie:

$$V = \sum_{i=1}^{k} (V_i)_{p,T} \tag{5.3}$$

$$V_i = z_i V$$

Oznacza to, że udział objętościowy składników roztworu równy jest ich udziałowi molowemu.

Prawo Daltona:
Ciśnieniem składnikowym i-tego składnika nazywamy ciśnienie, jakie miałby i-ty składnik roztworu, gdyby sam zajmował całą objętość w temperaturze roztworu. Suma ciśnień składnikowych wszystkich składników roztworu gazów doskonałych jest równa ciśnieniu całkowitemu roztworu.

$$p = \sum_{i=1}^{k} (p_i)_{V,T} \tag{5.4}$$

$$p_i = z_i p \tag{5.5}$$

Obliczanie wielkości zastępczych

Zastępcza stała gazowa:

$$\overline{R} = \sum_{i=1}^{k} g_i R_i \tag{5.6}$$

Zastępcze ciepło właściwe:

$$\overline{c}_p = \sum_{i=1}^{k} g_i c_{pi}\,; \;\; \overline{c}_v = \sum_{i=1}^{k} g_i c_{vi} \tag{5.7}$$

$$(\overline{Mc_p}) = \sum_{i=1}^{k} z_i (Mc_{pi})\,; \quad (\overline{Mc_v}) = \sum_{i=1}^{k} z_i (Mc_{vi}) \tag{5.8}$$

Zastępcza masa drobinowa

$$\overline{M} = \sum_{i=1}^{k} z_i M_i \tag{5.9}$$

Zastępcza stała gazowa

$$\overline{R} = \sum_{i=1}^{k} g_i R_i \tag{5.10}$$

Przeliczenie udziałów masowych na molowe i odwrotnie:

$$g_i = z_i \cdot \frac{M_i}{M}; \qquad z_i = g_i \cdot \frac{R_i}{R} \tag{5.11}$$

5.2. Przykład i zadania do samodzielnego rozwiązania

Przykład 5.2.1. Zaizolowany cieplnie zbiornik o objętości V_{zb} podzielony jest na dwie części o objętościach V_A i V_B. W objętości V_A znajduje się azot (N_2), a w objętości V_B dwutlenek węgla (CO_2) o tym samym ciśnieniu p_1 i temperaturze T_1. Po usunięciu przegrody następuje izotermiczno-adiabatyczne wymieszanie gazów tak, że powstała mieszanina ma parametry p_1, V_{zb}, T_1. Obliczyć zmianę entropii układu. Określić, gdzie zużywane jest ciepło przemiany obliczone, jako $Q_{1-2} = T \cdot \Delta S$.

Rozwiązanie:
Dane:
p_1, T_1, V_{zb}, V_A, V_B.

1) Udział molowy gazów w powstałej mieszaninie ze względu na to samo ciśnienie i temperaturę jest równy stosunkowi objętości:

$$z_{N_2} = \frac{V_A}{V_{zb}} ; z_{CO_2} = \frac{V_B}{V_{zb}}$$

Dla przemiany izotermicznej mamy:

$$\Delta S = -\left[n_{N_2} (MR) \ln \frac{p_{N_2}}{p_1} + n_{CO_2} (MR) \ln \frac{p_{CO_2}}{p_1} \right] =$$
$$= -\left[n_{N_2} (MR) \ln \frac{z_{N_2} \cdot p_1}{p_1} + n_{CO_2} (MR) \ln \frac{z_{CO_2} \cdot p_1}{p_1} \right] =$$
$$= n_{N_2} (MR) \ln \frac{1}{z_{N_2}} + n_{CO_2} (MR) \ln \frac{1}{z_{CO_2}} .$$

$$Q_{1-2} = T \cdot \Delta S = n_1 (MR) T \ln \frac{1}{z_{N_2}} + n_2 (MR) T \ln \frac{1}{z_{CO_2}} .$$

Ciepło $Q_{1-2} = Q_{w1-2}$ jest ciepłem wewnętrznym przemiany nieodwracalnej mieszania, która zachodzi w zbiorniku.

Każdy z czynników podlega przemianie rozprężania izotermicznego, stąd można zapisać:

$$L_{1-2} = L_{1-2\,N_2} + L_{1-2\,CO_2} = pV_A \ln \frac{V_{zb}}{V_A} + pV_B \ln \frac{V_{zb}}{V_B} =$$
$$= n_{N_2} (MR) T \ln \frac{1}{z_{N_2}} + n_{CO_2} (MR) T \ln \frac{1}{z_{CO_2}} = Q_{1-2} .$$

$L_{1-2} = L_{w1-2}$ – jest to praca wewnętrzna przemiany w zbiorniku.

Pytanie: Jaki otrzymasz wynik, jeżeli w obu częściach zbiornika znajduje się przed wymieszaniem taki sam gaz i dlaczego?

Zadanie 5.2.1. Do adiabatycznego mieszalnika dopływają dwoma rurociągami gazy doskonałe. Pierwszym rurociągiem dopływa tlen (O_2) o parametrach początkowych p_1 = 1 [bar], T_1 = 300 [K]. Rurociąg ma pole przekroju A_1 = 100 [cm^2], a prędkość średnia wynosi w_1 = 10 [m/s]. Drugim rurociągiem dopływa dwutlenek węgla (CO_2) o parametrach T_2 = 350 [K], p_2 = 2 [bar] z prędkością w_2 = 5 [m/s]. Rurociąg ma pole przekroju A_2 = 50 [cm^2]. Mieszanina gazów opuszcza mieszalnik rurociągiem o polu przekroju A_3 = 150 [cm^2], przy ciśnieniu p_3 = 1,5 [bar]. Obliczyć parametry końcowe mieszaniny.

Odpowiedź:
z_{O2} = 0,7; z_{CO2} = 0,7;T_3 = 316 [K]; w_3 = 6,70 [m/s].

Zadanie 5.2.2. W zbiorniku adiabatycznym znajduje się n_1 = 1 [kmol] mieszaniny acetylenu (C_2H_2) i azotu (N_2) o udziale $z_{C_2H_2} = 0,6$ i parametrach początkowych p_1 = 1 [bar], T_1 = 280 [K]. Do zbiornika tego doprowadzono Δm = 26 [kg] acetylenu (C_2H_2) o temperaturze T_d = 320 [K]. Obliczyć końcowy skład, temperaturę i ciśnienie roztworu.

Odpowiedź:
$z_{C_2H_2}$ = 0,8; z_{2N_2} = 0,2; T_2 = 397 [K]; p_2 = 2,84 [MPa].

Zadanie 5.2.3. Zbiornik podzielony jest na dwie części ruchomą przegrodą. Jedna z części zbiornika zawiera tlen (O_2) o parametrach p_1 = 600 [kPa] i t_1 = 100 [ºC], a druga azot (N_2) o takim samym ciśnieniu i temperaturze. Część zawierająca tlen (O_2) jest dwukrotnie większa od części zawierającej azot (N_2). Obliczyć zmianę entropii właściwej po usunięciu przegrody i wymieszaniu przy założeniu izotermiczności procesu.

Odpowiedź:
$\Delta s_{1\text{-}2}$ = 0,431 [kJ/(kgK)].

Zadanie 5.2.4. Zbiornik o objętości 1 [m^3] zawiera azot (N_2) o parametrach p_1 = 0,5 [MPa], t_1 = 30 [ºC]. Zbiornik ten ładowany jest dodatkowo dwutlenkiem węgla (CO_2), aż do osiągnięcia ciśnienia p_2 = 1,0 [MPa]. Obliczyć masę obu składników mieszaniny na końcu napełniania, jeżeli temperatura nie uległa zmianie.

Odpowiedź:
m_{N_2} = 5,6 [kg]; m_{CO_2} = 8,7 [kg].

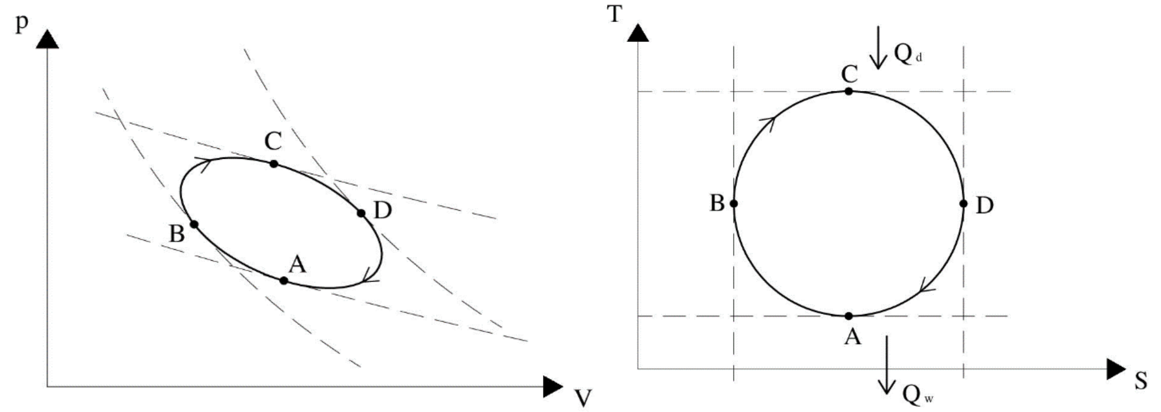
Zadanie 5.2.5. Obliczyć zmianę entropii właściwej przy rozprężaniu mieszaniny gazów doskonałych o składzie objętościowym 15% CO_2, 12% O_2, 73% N_2. Rozprężanie jest objętościowo w stosunku 6:1, a zmiana temperatury t_1 = 1000 [ºC], t_2 = 750 [ºC].

Odpowiedź:
Δs = 331 [J/(kgK)].

Rozdział 6.
Obiegi termodynamiczne gazów doskonałych

6.1. Podstawowe zależności i definicje

Obiegiem termodynamicznym nazywamy taki cykl przemian, po wykonaniu których stan układu zamkniętego powraca do stanu wyjściowego, tak że koniec ostatniej przemiany pokrywa się z końcem pierwszej przemiany.



Rysunek 8. Obieg termodynamiczny na wykresach p-V i T-S.

Praca obiegu L_{ob} równa jest sumie wszystkich prac poszczególnych przemian obiegu. Prace: techniczna, bezwzględna i użyteczna dla obiegu są sobie równe. Na wykresach p-V oraz T-S praca obiegu jest równa polu zawartemu wewnątrz wykresu. Jest ona dodatnia, gdy kolejne przemiany tworzą figurę zgodną z ruchem wskazówek zegara (obieg prawobieżny – silnik), a ujemna, gdy kierunek przemian jest przeciwny do ruchu wskazówek zegara (ziębiarka, pompa ciepła).

Można udowodnić, że obiegiem o najwyższej sprawności dla silnika (o najwyższym współczynniku efektywności dla obiegow lewobieżnych), dla określonej temperatury minimalnej i maksymalnej obiegu, jest obieg Carnota.

Obieg Carnota składa się z dwóch przemian izotermicznych i dwóch przemian izentropowych.

Z I zasady termodynamiki wynika, że:

$$L_{ob} = Q_d - |Q_w| \qquad [J] \tag{6.1}$$

gdzie:

Q_d – ciepło dostarczone ze źródła o temperaturze T_d, [J],

Q_w – ciepło oddane do źródła o temperaturze T_w, [J].

Sprawność obiegu silnika:

$$\eta_t = \frac{L_{ob}}{Q_d} = \frac{Q_d - |Q_w|}{Q_d} \quad 0 \le \eta < 1$$

dla obiegu Carnota

$$\eta_{tC} = \frac{Q_d - |Q_w|}{Q_d} = 1 - \frac{T_w}{T_d} \qquad 0 \le \eta_{tC} < 1$$

Współczynnik efektywności COP (lub EER) dla obiegu lewobieżnego:

dla obiegu chłodniczego EER przy $T_d < T_w = T_{ot}$:

$$\varepsilon_{ch} = \frac{Q_d}{|L_{ob}|} = \frac{Q_d}{|Q_w| - Q_d} \qquad 0 \le \varepsilon_{ch}$$

dla obiegu Carnota

$$\varepsilon_{chC} = \frac{T_d}{T_w - T_d} \qquad 0 \le \varepsilon_{chC}$$

dla pompy ciepła COP przy $T_w > T_d = T_{ot}$:

$$\varepsilon_{pg} = \frac{|Q_w|}{L_{ob}} = \frac{Q_w}{|Q_w| - Q_d} \qquad 1 \le \varepsilon_{pg} < \infty$$

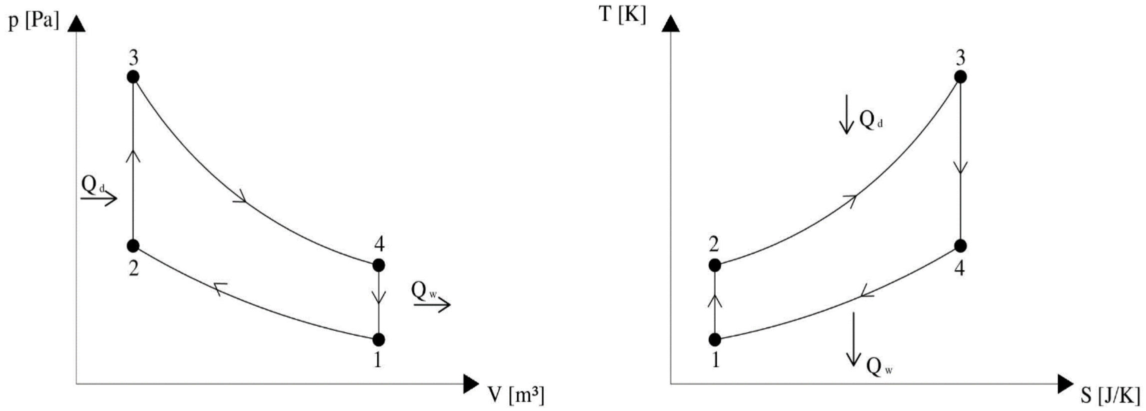
dla obiegu Carnota

$$\varepsilon_{pgC} = \frac{T_w}{T_w - T_d} \qquad 1 \le \varepsilon_{pgC} < \infty$$

6.2. Przykłady i zadania do samodzielnego rozwiązania

Przykład 6.2.1.
Czterosuwowy silnik spalinowy pracuje według obiegu Otto ze sprawnością $\eta = 0{,}565$. Ciśnienie przed sprężaniem wynosi $p_1 = 96$ [kPa], a temperatura $t_1 = 20$ [^oC]. Ciepło doprowadzane z paliwem do obiegu $q_d = 1050$ [kJ/kg]. Objętość skokowa silnika wynosi $V_{sk} = 8{,}8 \cdot 10^{-3}$ [m^3]. Obliczyć parametry punktów charakterystycznych obiegu i moc teoretyczną, jeżeli jego prędkość obrotowa wynosi $\omega = 500$ [obr/min]. Czynnikiem obiegowym jest powietrze o $M = 28{,}96$ [kg/kmol].

Rozwiązanie:
Obieg teoretyczny Otto przedstawiono na rysunku 9.



Rysunek 9. Obieg termodynamiczny Otto na wykresach p-V oraz T-S.

Sprawność obiegu Otto można obliczyć na podstawie definicji:

$$\eta = \frac{L_{ob}}{Q_d} = \frac{Q_d - Q_w}{Q_d} = \frac{c_v\left(T_3 - T_2\right) - c_v\left(T_4 - T_1\right)}{c_v\left(T_3 - T_2\right)} =$$
$$= 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}}$$

gdzie:

$\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$ – objętościowy stosunek sprężania

czyli:

$$\varepsilon = \left(\frac{1}{1-\eta}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} = 8$$

$$\frac{V_1}{V_2} = 8 \quad \text{oraz} \quad V_{sk} = V_1 - V_2 = 8{,}8$$

czyli

$$V_1 = 1{,}007 \cdot 10^{-2}\ [m^3];\ V_2 = 1{,}257 \cdot 10^{-3}\ [m^3]$$

Obliczając dalej parametry punktów charakterystycznych, korzystamy z równań przemian i równania stanu gazu doskonałego.

$$p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa} = 1,768[MPa]$$

$$T_2 = \frac{p_2 V_2}{(MR)\cdot n} = 659[K]$$

$$T_3 = \frac{q_d}{c_v} + T_2 = 2128[K]$$

$$p_3 = \frac{n \cdot (MR) T_3}{V_3} = 5,507[MPa]$$

$$p_4 = p_3 \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\kappa} = 310[kPa]$$

$$T_4 = \frac{p_4 V_4}{(MR)\cdot n} = 926[K].$$

Ostatecznie:

Tabela 3
Parametry punktów charakterystycznych obiegu (rysunek 9)

	1	2	3	4
p [MPa]	0,096	1,768	5,706	0,309
T [K]	293	659	2128	926
V [m^3]	$1 \cdot 10^{-2}$	$1{,}26 \cdot 10^{-3}$	$1{,}26 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-2}$

$$q_w = c_v (T_4 - T_1) = 452[kJ / kg]$$

$$L_{ob} = q_d - q_w = 598[kJ / kg]$$

$$N = \omega \cdot L_{ob} \cdot n \cdot M / 2 = 29,2[kW]$$

Moc silnika jest równa połowie mocy wynikającej z pracy obiegu, ponieważ jest to silnik czterosuwowy, w którym suw pracy jest co drugi obrót.

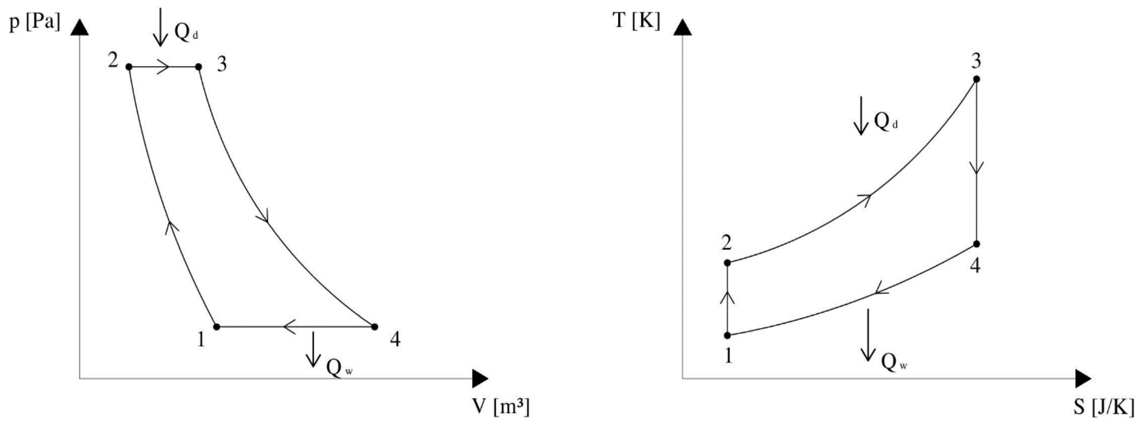
Odpowiedź:
Moc teoretyczna silnika wynosi 29,2 [kW].

Przykład 6.2.2.
W obiegu Braytona, składającym się z dwóch izentrop i dwóch izpobar (rysunek 10), powietrze dopływa do sprężarki, mając parametry p_1 = 102 [kPa], t_1 = 15 [^oC]. Ciśnienie na wylocie ze sprężarki wynosi p_2 = 612 [kPa]. Maksymalna temperatura cyklu t_3 = 800 [^oC]. Obliczyć sprawność obiegu, jeżeli:

$$c_p = 1,045 - 3,160 \cdot 10^{-4} + 7,08 \cdot 10^{-7} T^2 - 2,7034 \cdot 10^{-10} T^3$$

natomiast

$$\frac{c_p}{c_v} = \kappa = 1,4.$$



Rysunek 10. Obieg termodynamiczny Braytona na wykresach p-V oraz T-S.

Rozwiązanie:

$$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = 480[K]$$

$$T_4 = T_3 \cdot \left(\frac{p_3}{p_4} \right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = 643[K]$$

$$l_t = \int_4^3 c_p dT = 483[kJ / kg]$$

$$l_{spr} = \int_2^1 c_p dT = 195[kJ / kg]$$

$$q_d = \int_2^3 c_p dT = 653[kJ / kg]$$

$$\eta = 0,442$$

Odpowiedź:
Sprawność obiegu wynosi 44,2%.

Zadanie 6.2.1. Obliczyć sprawność obiegu silnika pracującego według obiegu teoretycznego, w którym ciepło oddane do otoczenia jest dwa razy mniejsze niż ciepło pobrane ze źródła.

Odpowiedź:
$\eta_t = 0,5$.

Zadanie 6.2.2. Ziębiarka pracuje według obiegu Carnota przy temperaturach źródeł $T_w = T_{ot} = 300$ [K], $T_d = 270$ [K]. Obliczyć moc potrzebną do napędu pompy ziębiarki, jeżeli wiadomo, że strumień ciepła odbierany w ziębiarce wynosi 0,9 [kW].

Odpowiedź:
N = 0,1 [kW].

Zadanie 6.2.3. Obliczyć sprawność obiegu Carnota, pracującego jako silnik pomiędzy temperaturami 0 [ºC] i 200 [ºC]. Jaki byłby współczynnik efektywności dla tego obiegu przy jego pracy jako ziębiarki, a jaki dla pompy ciepła?

Odpowiedź:
$\eta_{tc} = 0,42;\ \varepsilon_{chC} = 1,36;\ \varepsilon_{pgC} = 2,36.$

Zadanie 6.2.4. Pompa ciepła stosowana jest w zimie do ogrzewania domu. Przy temperaturze otoczenia t_{ot} = -10 [ºC] utrzymanie stałej temperatury w pomieszczeniu t = 21 [ºC] wymaga dostarczenia 200 [kW] ciepła. Określić minimalną teoretyczną moc potrzebną do napędu pompy.

Odpowiedź:
N = 21,1 [kW].

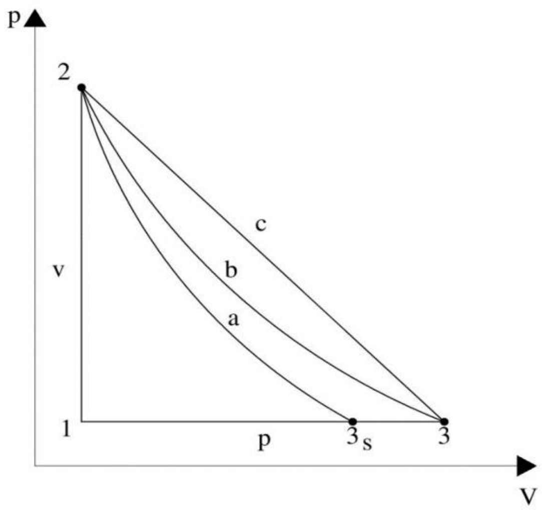
Zadanie 6.2.5. Chłodniczy obieg Carnota pracuje pomiędzy temperaturami -20 [ºC] i +30 [ºC] i pobiera z dolnego źródła 130 [kJ] ciepła. Obliczyć współczynnik efektywności ε_{ch} i ilość ciepła oddanego do otoczenia.

Odpowiedź:
$\varepsilon_{ch} = 5,06;\ Q_w = 155,7[kJ].$

Zadanie 6.2.6. Dwa silniki pracujące według obiegu Carnota pracują pomiędzy trzema źródłami ciepła. Źródło o najwyższej temperaturze ma t_1 = 527 [ºC], a najniższej t_3 = 17 [ºC]. Pierwszy silnik (o niższych temperaturach) oddaje poprzez źródło pośrednie 400 [kJ] ciepła do drugiego silnika. Przy założeniu takiej samej sprawności obu silników obliczyć: temperaturę wspólną pośredniego źródła t_2, ciepło odebrane od źródła Q_d, sprawności silników.

Odpowiedź:
t_2 = 209 [°C]; Q_d = 664,4 [kJ]; $\eta_1 = \eta_1 = 0,398$.

Zadanie 6.2.7. Przy założeniu, że występujące w obiegach przemiany są idealne, obliczyć sprawności trzech obiegów, których obraz w układzie p-V przedstawiono poniżej (rysunek 11). Założyć, że znane są parametry w punktach charakterystycznych obiegów oraz że czynnik roboczy można traktować jako gaz idealny.



Rysunek 11. Ilustracja graficzna dla zadania 6.2.7.

Odpowiedź:

$$\eta_a = 1 - \kappa \frac{\left(\frac{T_3}{T_1} - 1\right)}{\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)} \ - \text{izentropa}$$

$$\eta_b = 1 - \frac{c_p\left(T_2 - T_1\right)}{c_v\left(T_2 - T_1\right) + RT_1 \ln\left(\frac{p_2}{p_3}\right)} \ - \text{izoterma}$$

$$\eta_c = 1 - \frac{c_p\left(T_2 - T_1\right)}{c_v\left(T_2 - T_1\right) + \left(v_3 - v_1\right)\left(\frac{p_1 + p_2}{2}\right)} - \text{prosta}$$

Zadanie 6.2.8. Turbina gazowa pracuje według teoretycznego obiegu Braytona, który można przedstawić jako złożenie dwóch przemian izentropowych oraz dwóch przemian izobarycznych. Minimalne i maksymalne temperatury i ciśnienia obiegu wynoszą: T_{max} = 1200 [K], p_{max} = 0,38 [MPa]; T_{min} = 290 [K], p_{min}= 0,095 [MPa]. Obliczyć, jaką wyjściową moc całkowitą może dać turbina, przy założeniu, że część jej mocy całkowitej jest zużyta do napędu sprężarki, a moc netto całego obiegu wynosi 40 [MW]. Założyć, że czynnikiem obiegowym jest powietrze traktowane jako gaz doskonały o masie drobinowej M = 29 [kg/kmol]. Obliczyć strumień masy powietrza.

Odpowiedź:
$\dot{m}_{pow}$ = 158,4 [kg/s]; N_t = 62,4 [MW].

Zadanie 6.2.9. Silnik pracujący według obiegu Otto zasilany jest mieszanką paliwowo-powietrzną przy stosunku wagowym: powietrze/paliwo = 15/1. Wartość opałowa paliwa wynosi 41857 [kJ/kg]. Na początku suwu sprężania mieszanka ma 21 [ºC], a ciśnienie wynosi 101 [kPa]. Objętościowy stosunek sprężania $v_1/v_2 = 6/1$. Określić parametry w punktach charakterystycznych obiegu, przyjmując założenie, że mieszanka i spaliny mają właściwości zbliżone do powietrza i można traktować ten czynnik jako gaz doskonały o właściwościach powietrza. Obliczyć sprawność i pracę jednostkową obiegu.

Odpowiedź:

Tabela 4
Parametry w punktach charakterystycznych obiegu

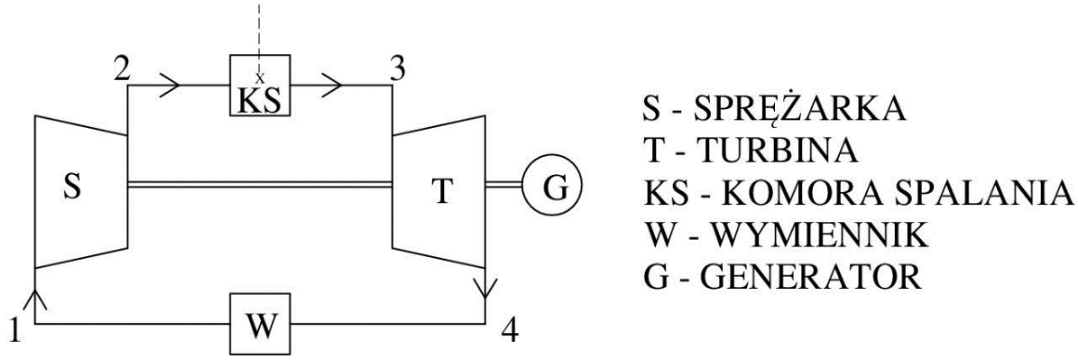
	1	2	3	4
p [kPa]	101	1243	9289	756
v [m^3/kg]	0,835	0,139	0,139	0,835
T [K]	294	602	4499	2199

η= 0,51; l_{ob} = 1424 [kJ/kg].

Zadanie 6.2.10. Silnik samochodowy pracuje według obiegu Otto o stopniu sprężania $\nu_v = 8/1$. Temperatura otoczenia wynosi t_{ot} = 15 [ºC], a ciśnienie p_{ot} = 1 [bar]. Wykazać, że sprawność obiegu Otto można wyrazić jako $\eta = 1 - \frac{1}{\nu_v^{\kappa-1}}$. Obliczyć sprawność, ciepło oddawane do atmosfery oraz pracę jednostkową obiegu, jeżeli ciepło doprowadzane z mieszanką wynosi $q_d = 1800$ [kJ/kg].

Odpowiedź:
η= 0,56; q_w = 783 [kJ/kg]; l_{ob} = 1017 [kJ/kg].

Zadanie 6.2.11. Pokazany na rysunku 12 schemat jest modelem obiegu turbiny gazowej, składającym się z dwóch izobar i dwóch izentrop. Czynnikiem roboczym jest powietrze, które traktować można jako gaz doskonały. Ciepło doprowadzone wynosi Q_d = 4 [kW]. Obliczyć moc N obiegu, strumień ciepła wyprowadzonego Q_w w wymienniku W, sprawność turbiny gazowej T, sprawność obiegu oras strumień masy czynnika. Parametry punktów charakterystycznych pokazanych na schemacie to: p_1 = 0,1 [MPa], p_2 = 1 [MPa], T_{min} = 280 [K], T_{max} = 600 [K].



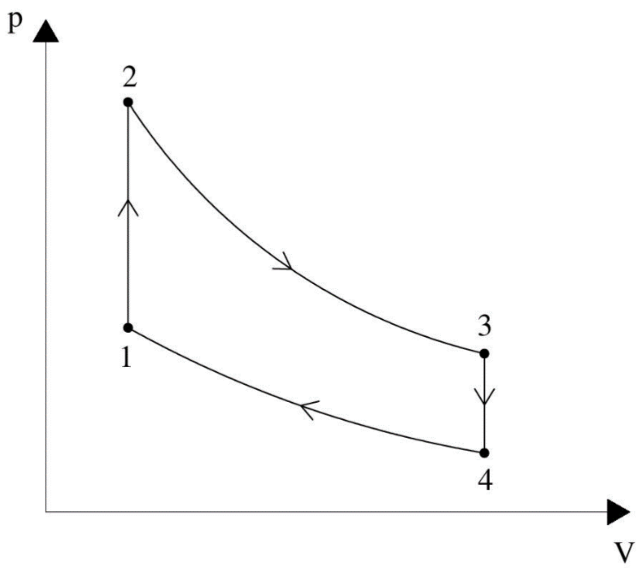
Rysunek 12. Model obiegu turbiny gazowej.

Odpowiedź:
$t_2 = 267{,}4\ [^oC]$; $t_4 = 348{,}4\ [^oC]$; $Q_w = 2{,}07$ [kW]; $\eta = 0{,}482$; N = 1,93 [kW]; $\dot{m} = 6{,}04$ [g/s], $\eta_T = 0{,}55$.

Zadanie 6.2.12. Udowodnić, że sprawność obiegu Stirlinga (rysunek 13), składającego się z dwóch izochor i dwóch izoterm, można obliczyć ze wzoru:

$$\eta = \frac{R\left(T_2 - T_1\right)\cdot \ln\left(\mathbf{v}_3 / \mathbf{v}_2\right)}{c_v\left(T_2 - T_1\right) + RT_2 \ln\left(\mathbf{v}_3 / \mathbf{v}_2\right)}.$$

przy czym czynnikiem roboczym jest gaz doskonały, a pkt 2 jest punktem o maksymalnym ciśnieniu i temperaturze.



Rysunek 13. Ilustracja graficzna dla zadania 6.2.12.

Zadanie 6.2.13. Obieg Sabathe (rysunek 14) jest w pewnym sensie złożeniem obiegów Otto i Diesela. Przemiana 1-2 jest przemianą izentropowego sprężania, następna jest przemiana izochoryczna, izobaryczna oraz izentropowe rozprężanie, a zamknięciem obiegu jest izochora. Zakładając, że czynnikiem roboczym jest powietrze oraz że:

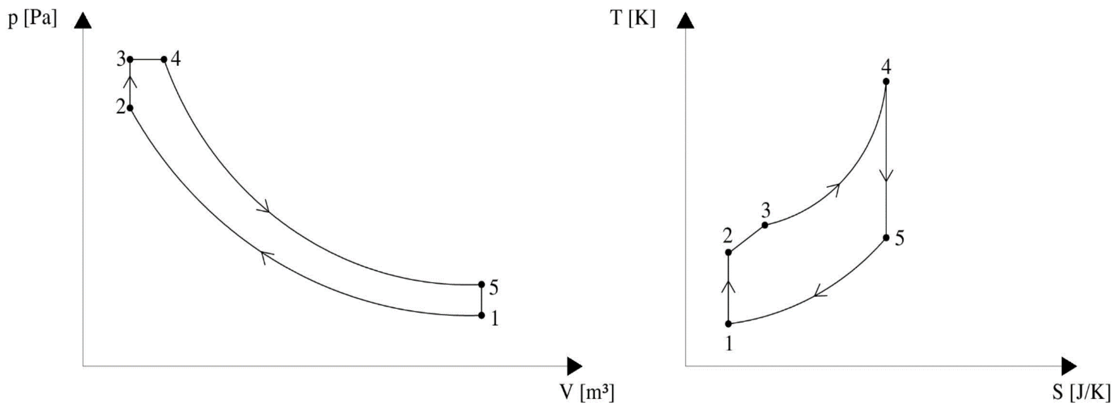
a) stopień sprężania objętościowy $\varepsilon_o = \mathbf{v}_1 / \mathbf{v}_2 = 4$,

b) stosunek ciśnień podczas przemiany izochorycznego dostarczania ciepła $\alpha = 3$,

c) stosunek objętości właściwych podczas rozprężania izochorycznego $\varphi = 2$,

wyprowadzić wzór i obliczyć sprawność obiegu.

Powietrze należy traktować jako dwuatomowy gaz doskonały.



Rysunek 14. Obieg termodynamiczny Sabathe na wykresach p-V oraz T-S.

Odpowiedź:

$$\eta = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}} \cdot \frac{\alpha\varphi^{\kappa} - 1}{(\alpha - 1) + \kappa\alpha(\varphi - 1)}$$

$\eta = 0{,}36$.

Zadanie 6.2.14. W obiegu Sabathego dane są następujące punkty charakterystyczne: początek przemiany sprężania adiabatycznego p_1 = 101 [kPa], t_1 = 21 [ºC], temperatura końca izochorycznego podnoszenia ciśnienia t_3 = 1116 [ºC], temperatura początku rozprężania adiabatycznego t_4 = 1505 [ºC]. Objętościowy stosunek sprężania $\varepsilon = v_1 / v_2 = 16$. Obliczyć parametry w punktach charakterystycznych i sprawność obiegu, przy założeniu, że czynnikiem roboczym jest powietrze traktowane jako dwuatomowy gaz doskonały.

Odpowiedź:

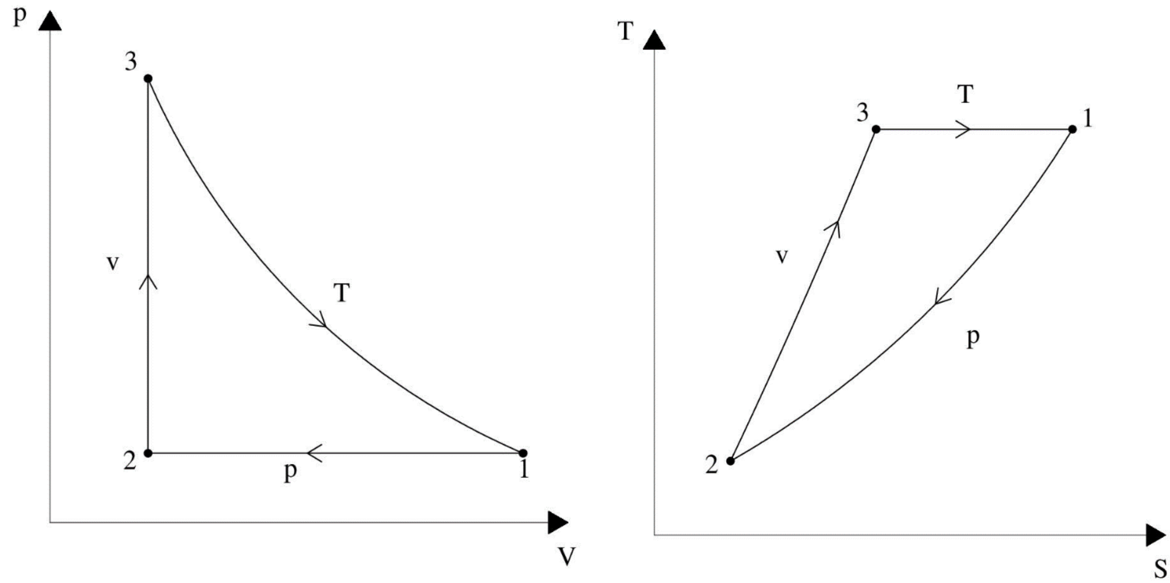
Tabela 5

Parametry w punktach charakterystycznych obiegu (rysunek 14)

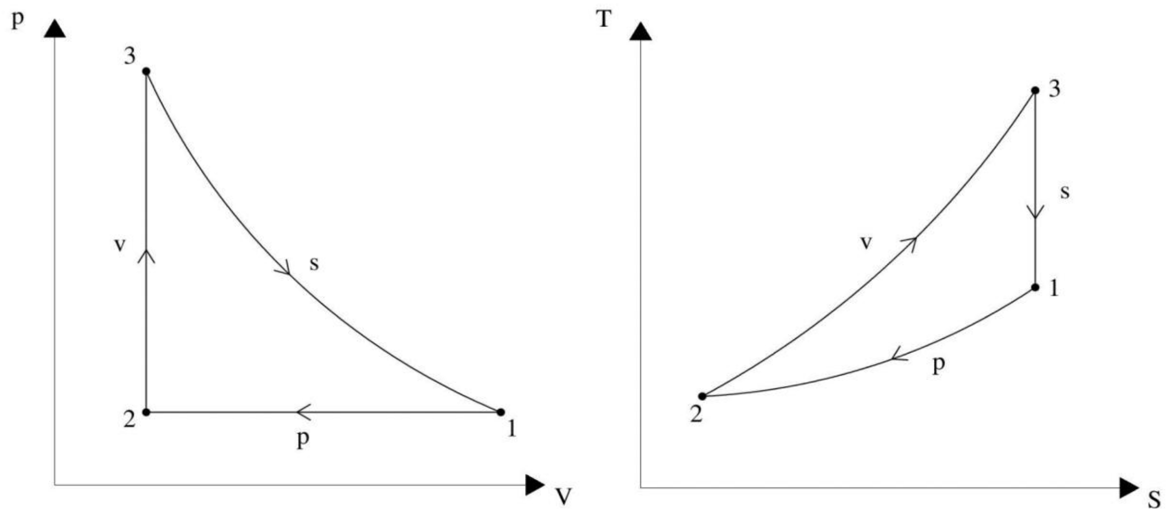
	1	2	3	4	5
p [kPa]	101	4899	7632	7632	222
v [m^3/kg]	0,840	0,052	0,052	0,067	0,840
t [^{o}C]	21	617	1116	1505	374

$\eta = 0{,}66$.

Zadanie 6.2.15. Porównać dwa obiegi Browna (rysunek 15 A) i Lenoira (rysunek 15 B). Obieg Browna składa się z izobary, izochory i izotermy w wymienionej kolejności. Obieg Lenoira składa się z izobary, izochory i izentropy. Narysować obydwa obiegi w układach p-v i T-s, przy założeniu, że w obydwu przypadkach czynnikiem roboczym jest 0,01 [kg] powietrza, które należy traktować jako gaz doskonały. Obliczyć ciepło doprowadzone i wyprowadzone oraz pracę i sprawność obiegów, jeżeli zmiana ciśnienia w obu przypadkach wynosi od 1 do 11 [bar], a minimalna objętość w obu przypadkach jest równa 0,006 [m^3].



Rysunek 15 A. Obieg termodynamiczny Browna na wykresach p-V oraz T-S.



Rysunek 15 B. Obieg termodynamiczny Lenoira na wykresach p-V oraz T-S.

Odpowiedź:

Dla obiegu Browna:

Q_d = 30,8 [kJ]; Q_w = 21 [kJ]; L_{ob} = 9,8 [kJ]; η= 0,32.

Dla obiegu Lenoira:

Q_d = 15,0 [kJ]; Q_w = 9,5 [kJ]; L_{ob} = 5,5 [kJ]; η = 0,36.

Zadanie 6.2.16. Sprężarka powietrzna zasysa powietrze o parametrach otoczenia p_1 =100 [kPa], t_1 = 20 [ºC], V_1 = 12 [m^3/min] spręża je do ciśnienia p_2 = 250 [kPa], wykonując przy tym 1000 [obr/min]. Zakładając, że sprężarka pracuje według teoretycznego obiegu, składającego się z dwóch izobar (przemian otwartych, gdzie zmienia się masa a temperatura i objętość właściwa pozostają stałe) i dwóch izentrop sprężania i rozprężania, obliczyć moc indykowaną sprężarki. Obieg naszkicować w układach p-V i T-S.

Odpowiedź:

Tabela 6

Rozwiązania do zadania 6.2.16

	1	2	3	4
p [kPa]	100	100	250	250
v [m^3/kg]	0,841	0,841	0,437	0,437
t [ºC]	20	20	108	108

N_i= 21 [kW].

Zadanie 6.2.17. Azot, traktowany jako dwuatomowy gaz doskonały o masie 0,5 [kg], wykonuje lewobieżny obieg termodynamiczny składający się z trzech przemian: adiabaty, izochory i izobary. Przed sprężaniem adiabatycznym parametry gazu są następujące p = 0,1 [MPa], V = 0,5 [m^3]. Po sprężeniu adiabatycznym ciśnienie wzrasta do p = 1 [MPa]. Obliczyć pracę obiegu.

Odpowiedź:
L_{ob}= -76 [kJ].

Zadanie 6.2.18. 1 [kg] dwutlenku węgla, traktowanego jako gaz doskonały, wykonuje obieg silnika składający się z trzech przemian: izotermy, izobary i izochory. Przed izotermicznym rozprężaniem parametry gazu wynoszą p = 1 [MPa], V = 0,1 [m^3]. Gaz jest rozprężany do V = 1 [m^3]. Obliczyć pracę obiegu.

Odpowiedź:
L_{ob}=140 [kJ].

Rozdział 7.
Czynniki rzeczywiste

7.1. Podstawowe zależności i definicje

Gazy rzeczywiste

Dla gazów, których cząstka jest złożona lub które mają wysokie parametry przemian, model stanu gazu doskonałego lub półdoskonałego nie może być stosowany, jeśli wyniki mają być realistyczne. Najbardziej aktualnie efektywną metodą jest wykorzystanie programów komputerowych lub aplikacji komórkowych do obliczania równania stanu i funkcji stanu (równań kalorycznych). Jest jednak kilka możliwości obliczeniowych, które pokazują różnice pomiędzy modelami i popełniany błąd w sposób analityczny. Równania poniżej prezentowane są podstawą do tworzenia aplikacji programowych. Równanie van der Waalsa jest jedynym teoretycznie uzasadnionym równaniem stanu gazu rzeczywistego, dającym jednak dosyć znaczące błędy obliczeniowe. Pozostałe równania są równaniami opartymi o eksperyment.

1. Równania stanu

Równanie Van der Waalsa:

$$\left(p + \frac{a}{(Mv^2)}\right)((Mv) - b) = (MR)T \tag{7.1}$$

Wartości współczynników *a* i *b* w równaniu van der Waalsa dla niektórych substancji gazowych.

Tabela 7
Wartości współczynników a i b w równaniu Van der Waalsa dla wybranych substancji gazowych

	Van der Waals		Punkt krytyczny		
	a	b	p_k	t_k	ρ_k
Jednostka	[$Nm^4/kmol^2$]	[$m^3/kmol$]	[MPa]	[^oC]	[kg/m^3]
Substancje					
powietrze	137052	0,0366	3,77	-140,5	310
NH_3	426295	0,0373	11,28	132	235
CO_2	368127	0,0428	7,39	31	468
CO	152191	0,0400	3,50	-140,2	301
R-12	1082470	0,0998	4,01	112	555
He	3440	0,0232	0,229	-268	69,3
H_2	24800	0,0266	1,297	-240	31
N_2	137450	0,0387	3,399	-147	311
O_2	139044	0,0317	5,04	-119	410
para H_2O	561753	0,0317	22,13	374	307

Równanie Dieterici'ego:

$$p[(Mv)-b]=(MR)T\exp(-a/(Mv)RT$$

Równanie Redlicha-Kwonga:

$$p=\frac{(MR)T}{(Mv)-b}-\frac{a}{\sqrt{T}\,[(Mv)]^2+(Mv)b}$$

(7.2-7.3)

Równanie Berthelota:

$$p[(Mv)-b]=(MR)T-\frac{a[(Mv)-b]}{T(Mv)^2}$$

Równania virialne:

$$p(Mv)=A+\frac{B}{(Mv)}+\frac{C}{(Mv)}+\cdots$$

lub (7.4)

$$p(Mv)=A_1+\frac{B_1}{p}+\frac{C_1}{p^2}+\cdots$$

gdzie współczynniki $A, B, C, \ldots$ oraz $A_1, B_1, C_1, \ldots$ są nazywane współczynnikami *virialnymi* zależnymi od temperatury.

Empiryczne równanie stanu:

$$pv=\sigma RT \tag{7.5}$$

gdzie:

σ – współczynnik ściśliwości.

σ określa się na podstawie wykresów w postaci

$$\sigma=\sigma(p_R, T_R)$$

gdzie:

p_R, T_R – zredukowane ciśnienie i temperatura

$$p_R=\frac{p}{p_k};\ T_R=\frac{T}{T_k};\ v_R=\frac{\mathbf{v}}{\mathbf{v}_k}.$$

W funkcji p_R i T_R odczytujemy również nadwyżki entalpii zredukowanej f (p_R, T_R) oraz entropii g(p_R, T_R) nad entalpią (entropię gazu półdoskonałego).W tym przypadku można zapisać:

$$\Delta i = \Delta i^{*} - RT_{kr}\left[f\left(T_{R_2}, p_{R_2}\right) - f\left(T_{R_1}, p_{R_1}\right)\right]$$

$$\Delta s = \Delta s^{*} + R\left[g\left(T_{R_2}, p_{R_2}\right) - g\left(T_{R_2}, p_{R_2}\right)\right]$$

Równania kaloryczne w postaci ogólnej różniczkowej:
Zależność pomiędzy ciepłem właściwym c_p a c_v

$$c_p - c_v = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{\mathbf{v}} \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial T}\right)_p = \alpha\,\mathbf{v}\left[p + \left(\frac{\partial u}{\partial \mathbf{v}}\right)_T\right].$$

W przykładach wykorzystywane jest poniżej podane twierdzenie o pochodnej funkcji uwikłanej. Jeżeli dana jest funkcja ciągła wraz z pochodnymi w postaci:

$$F(x, y, z) = 0$$

w której z jest zmienną związaną $z = z(x, y)$

$$\frac{\partial z(x, y)}{\partial x} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial z}}$$

to:

$$\frac{\partial z(x, y)}{\partial y} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial y}}{\frac{\partial F}{\partial z}}.$$

7.2. Zadania do samodzielnego rozwiązania

Zadanie 7.2.1. Obliczyć ciśnienie pary wodnej o temperaturze T = 500 [ºC] i objętości właściwej ν = 0,03832 [m^3/kg]

a) H_2O traktowanej jako trójatomowy gaz doskonały,

b) H_2O traktowanej jako gaz rzeczywisty opisany równaniem Van der Waalsa.

Porównaj z wynikiem z tablic, p = 10 [MPa].

Odpowiedź:

a) p = 9,32 [MPa] błąd względny 6,8%,

b) p = 9,77 [MPa] błąd względny 2,3%.

Zadanie 7.2.2. Obliczyć współczynniki a i b w równaniach Van der Waalsa i Brethelota, wiedząc, że punkt krytyczny jest punktem przegięcia izotermy w układzie p-v czyli

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \mathbf{v}}\right)_T = 0 \qquad \text{oraz} \qquad \left(\frac{\partial^2 p}{\partial \mathbf{v}^2}\right)_T = 0.$$

Odpowiedź:

a) dla równania Van der Waalsa

$$a = \frac{27}{64} \cdot \frac{(MR)^2 T_k^2}{p_k}; \qquad b = \frac{(MR)T_k}{8p_k}$$

b) dla równania Brethelota

$$a = \frac{27}{64} \cdot \frac{(MR)^2 T_k^3}{p_k}; \qquad b = \frac{(M\mathbf{v}_k)}{3}.$$

Zadanie 7.2.3. Dla równania Van der Waalsa wyprowadzić równania kaloryczne. Skorzystać z twierdzenia o pochodnej funkcji uwikłanej.

Odpowiedź:

$$d(Mu) = (Mc_v)dT + \frac{a}{(M\mathrm{v})^2} d(M\mathrm{v}),$$

$$d(Mi) = (Mc_p)dT + \left[\frac{(MR)T(M\mathrm{v})^2}{3p(M\mathrm{v})^2 - 2[pb + (MR)T](M\mathrm{v}) + a} + (M\mathrm{v})\right]dp,$$

$$d(Ms) = \frac{(Mc_v)}{T}dT + \frac{(MR)}{(M\mathrm{v}) - b}d\mathrm{v},$$

$$d(Ms) = \frac{(Mc_p)}{T}dT + \frac{(MR)\,(M\mathrm{v})^2}{3p(M\mathrm{v})^2 - 2[pb + (MR)T](M\mathrm{v}) + a}dp.$$

Zadanie 7.2.4. Dwutlenek węgla (CO_2) przepływa przez sprężarkę, strumień masy gazu wynosi $\dot{m}$ = 15 [kg/min]. Przy założeniu, że sprężanie przebiega izotermicznie od ciśnienia p_1 = 4 [MPa] do p_2 = 10 [MPa] przy T = 600 [K] obliczyć teoretyczną moc potrzebną do napędu sprężarki działającej idealnie, zmianę funkcji kalorycznych Δs, Δu i Δi oraz ciepło odebrane w czasie sprężania. Obliczenia przeprowadzić dla czynnika traktowanego jako:

a) gaz półdoskonały,

b) gaz opisany równaniem empirycznym $p\nu = \sigma RT$.

Odpowiedź:

a) $\Delta s = -173$ [J/(kgK)]; $\Delta u = 0$; $\Delta i = 0$; $\dot{Q}_{1-2} = -26$[kW]; $N_t = 26$ [kW].

b) $\Delta s = -154$ [J/(kgK)]; $\Delta u = -11{,}5\ \left[\frac{J}{kg}\right]$; $\Delta i = -12{,}6\ \left[\frac{J}{kg}\right]$; $\dot{Q}_{1-2} = -26$[kW]; $N_t = 20$ [kW].

Zadanie 7.2.5. Etan (C_2H_6) przepływa przez grzejnik, w którym podgrzewa się izobarycznie przy ciśnieniu p = 2,5 [MPa] od temperatury 27 [ºC] do 127 [ºC]. Zakładając, że straty ciepła na rzecz otoczenia wynoszą 10% ciepła odbieranego przez gaz, obliczyć moc grzejnika, jeżeli strumień gazu wynosi $\dot{n}$ = 0,05 [kmol/s]. Obliczenia przeprowadzić dla gazu traktowanego jako:

a) doskonały

b) półdoskonały

c) rzeczywisty opisany empirycznym równaniem stanu $p\nu = \sigma RT$.

Odpowiedź:

a) $\dot{Q} = 183$ [kW],

b) $\dot{Q} = 326$ [kW],

c) $\dot{Q} = 372$ [kW].

Zadanie 7.2.6. W zbiorniku o objętości 5 [m^3] znajduje się dwutlenek węgla (CO_2) o temperaturze t_1 = 27 [ºC] i ciśnieniu p_1 = 3,7 [MPa]. Zbiornik zamknięty jest zaworem bezpieczeństwa o polu przekroju 10 [cm^2], który dociskany jest sprężyną z siłą F = 11 [kN]. Ciśnienie otoczenia wynosi p_{ot} = 1 [bar]. Na skutek ogrzewania zbiornika ciśnienie dwutlenku węgla (CO_2), wzrosło tak, że zawór bezpieczeństwa zadziałał. Obliczyć końcową temperaturę oraz ilość doprowadzonego ciepła w przypadku, gdy:

a) CO_2 potraktowano jako trójatomowy gaz doskonały,

b) CO_2 potraktowano jako gaz półdoskonały,

c) CO_2 potraktowano jako gaz opisany empirycznym równaniem stanu $pV = m \cdot \sigma RT$.

Odpowiedź:

a) T_2 = 900 [K]; $Q_{\pi 1-2}$ = 111 [MJ],

b) T_2 = 900 [K]; $Q_{\pi 1-2}$ = 172 [MJ],

c) T_2 = 704 [K]; $Q_{\pi 1-2}$ = 145,5 [MJ].

Zadanie 7.2.7. Dwutlenek węgla (CO_2) sprężono adiabatycznie odwracalnie w sprężarce przepływowej od parametrów p_1 = 3 [MPa] i T_1 = 300 [K] tak, że końcowa temperatura wyniosła 400 [K]. Obliczyć końcowe ciśnienie po sprężaniu oraz ilość przepływającego czynnika, jeżeli moc dostarczona wynosi 100 [kW], a sprawność urządzenia mierzono jako stosunek mocy doprowadzonej do mocy przekazanej do czynnika η = 0,6. Czynnik potraktować jako:
a) gaz doskonały,
b) gaz półdoskonały,
c) gaz rzeczywisty opisany równaniem empirycznym (iteracyjnie).

Odpowiedź:
a) $p_2 = 9{,}5$ [MPa]; $\dot{n} = 0{,}018$ [kmol/s],
b) $p_2 = 11{,}7$ [MPa]; $\dot{n} = 0{,}0153$ [kmol/s],
c) $p_2 = 9{,}6$ [MPa]; $\dot{n} = 0{,}019$ [kmol/s].

Rozdział 8.
Przemiany fazowe i pary

8.1. Podstawowe zależności i definicje

Substancje rzeczywiste mogą występować w trzech różnych stanach skupienia: *stałym, ciekłym* i *gazowym,* zwanych potocznie *fazami*. Udziały masowe poszczególnych faz oznaczane są przez x:

$$x_1 = \frac{m'}{m}; \qquad x = \frac{m''}{m}; \qquad x_2 = \frac{m'''}{m}$$

ciecz *gaz* *ciało stałe*

m – masa całości mieszaniny,
m' – masa części ciekłej,
m'' – masa części gazowej,
m''' – masa części stałej.

Dla mieszaniny trójskładnikowej:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}'x_1 + \mathbf{v}''x + \mathbf{v}'''x_2$$
$$i = i'x_1 + i''x + i'''x_2$$
$$u = u'x_1 + u''x + u'''x_2$$
$$s = s'x_1 + s''x + s'''x_2.$$

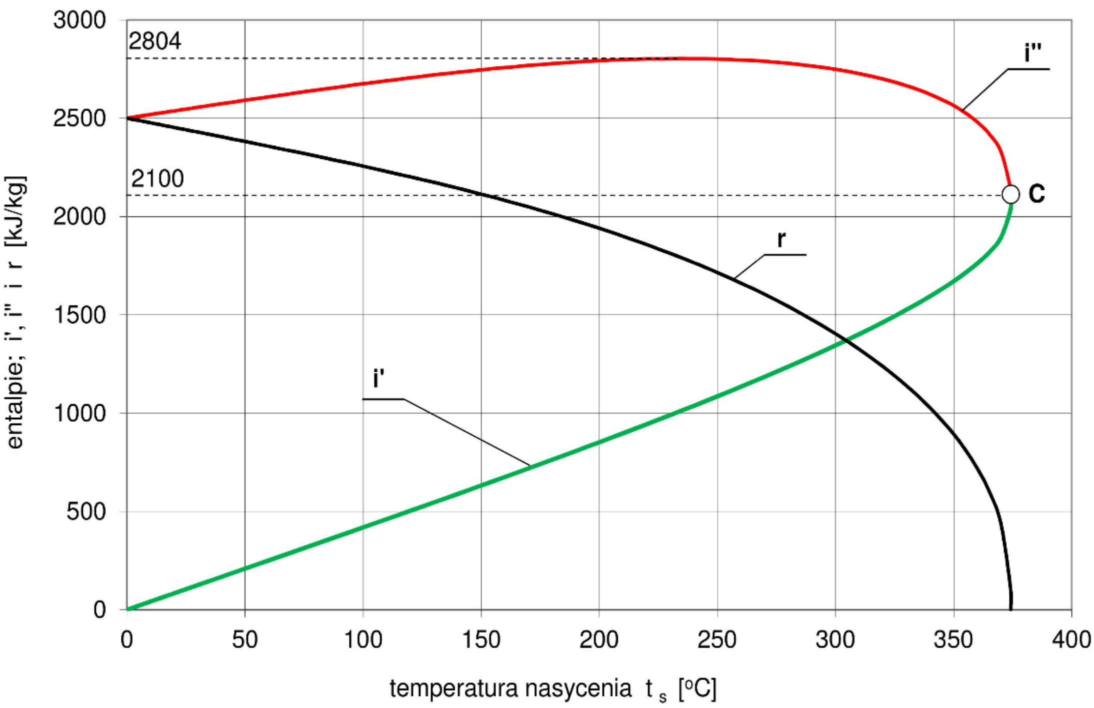
Przemianę polegającą na zmianie jednej fazy w inną, znajdującą się z nią w równowadze, nazywamy *przemianą fazową*. Podczas przemian fazowych pochodne niektórych funkcji stanu są nieciągłe. Przemiana fazowa wymaga doprowadzenia lub wyprowadzenia pewnej ilości energii. Ilość tej energii zależna jest od aktualnego ciśnienia lub temperatury. Przemiana fazowa przebiegająca przy stałym ciśnieniu przebiega również w stałej temperaturze dokładnie i jednoznacznie temu ciśnieniu odpowiadającej, zwanej temperaturą nasycenia (i odwrotnie: ciśnienie nasycenia dla określonej temperatury).

Parę nasyconą mokrą nazywamy mieszaniną gazu m'' oraz cieczy m' danej substancji. Funkcje stanu obliczać można według następujących zależności:

$$x = \frac{m''}{m' + m''}$$
$$i = i' + x\left(i'' - i'\right) = i' + x \cdot r$$
$$u = u' + x\left(u'' - u'\right)$$
$$s = s' + x\left(s'' - s'\right)$$
$$v = \mathbf{v}' + x\left(\mathbf{v}'' - \mathbf{v}'\right).$$

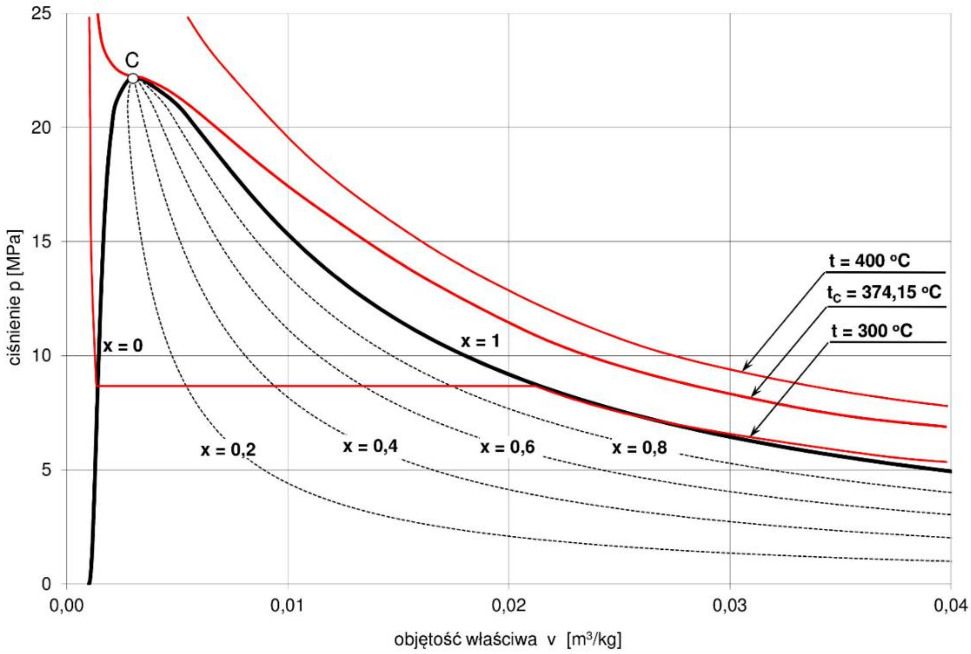
Wielkości $i', i'', s', s'', \mathbf{v}', \mathbf{v}'', r$ są jednoznaczną funkcją temperatury lub ciśnienia nasycenia.
Parę nazywamy *parą nasyconą suchą*, jeżeli temperatura i ciśnienie odpowiadają sobie jako temperatura i ciśnienie nasycenia oraz x = 1. Oznacza to, że roztwór w tym szczególnym przypadku nie zawiera kropli cieczy.
Para przegrzana to substancja całkowicie w postaci gazowej, a zatem po prostu gaz. Rozróżnienie pomiędzy parą i gazem jest umowne i nie ma znaczenia obliczeniowego. Nazwa para przegrzana informuje właściwie tylko o tym, że w trakcie przemian substancji może dojść do przemiany fazowej.

Zależność entalpii i ciepła parowania od temperatury nasycenia przedstawiono na rysunku 16.



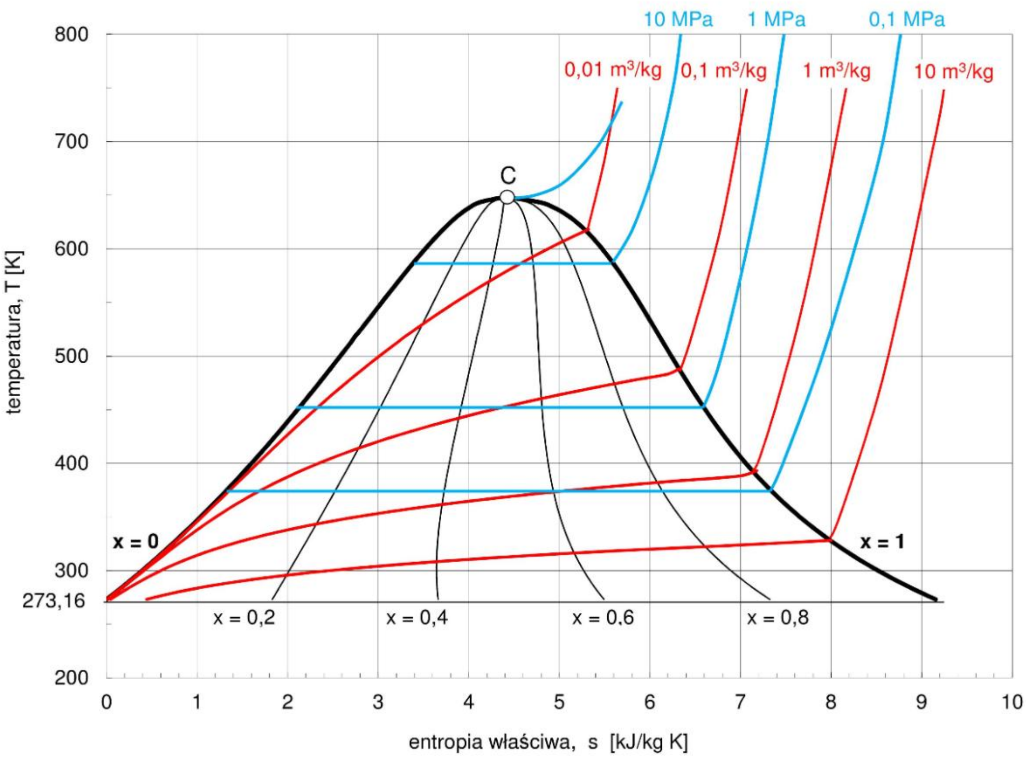
Rysunek 16. Entalpia i' na krzywej x = 0, i'' na krzywej x = 1 i ciepło parowania r w funkcji temperatury nasycenia t_s.

Na rysunku 17 przedstawiono w układzie p-v przebieg krzywych granicznych x = 0 oraz x = 1 dla wody i pary wodnej.



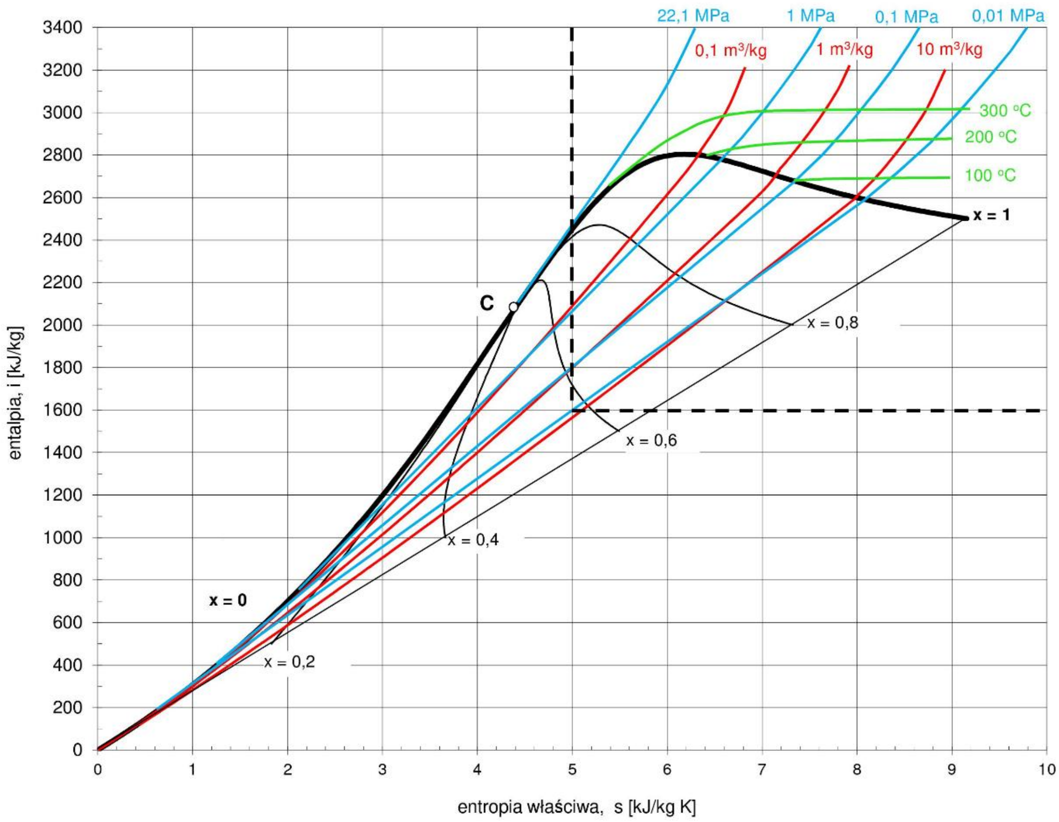
Rysunek 17. Linie stałych wartości x oraz przykładowe izotermy na wykresie p-v dla wody i pary wodnej.

Na rysunku 18 przedstawiono kilka linii x = idem oraz kilka izobar i izochor w układzie -s dla wody i pary wodnej.



Rysunek 18. Wykres T-s dla wody i pary wodnej.

Na rysunku 19 przedstawiony jest wykres lini stałej entalpii i entropii s, zwany wykresem “i-s” Wukałowicza dla wody i pary wodnej.



Rysunek 19. Wykres i-s dla wody i pary wodnej.

8.2. Przykład i zadania do samodzielnego rozwiązania

Przykład 8.2.1

W cylindrze zamkniętym tłokiem znajduje się para wodna nasycona mokra o parametrach początkowych $p_1 = 5$ [bar], $x_1 = 0,5$. Do cylindra tego doprowadzono pewną ilość ciepła tak, że tłok przesunął się, a para rozprężyła się izobarycznie tak, że stan pary po przemianie jest parą nasyconą suchą o $x_2 = 1$. Obliczyć ilość ciepła doprowadzonego i pracę wykonaną przez tłok, jeśli ilość pary m = 1 [kg].

Rozwiązanie:

Dane:

$p_1 = 5$ [bar]; $x_1 = 0,5$; $x_2 = 1$; $p_2 = p_1$; m = 1 [kg].

Wartośći odczytane z aplikacji IAPWS-IF97:

Ciśnienie	t''(p) [°C]	v'(p) [m³/kg]	v''(p) [m³/kg]	i'(p) [kJ/kg]	i''(p) [kJ/kg]	s'(p) [kJ/kgK]	s''(p) [kJ/kgK]
5[bar]	151,83	0,0010925	0,3748	640,18	2748,1	1,86	6,82

$$v_1 = v'(p) + x(v''(p) - v'(p)) = 0{,}0010925 + 0{,}5(0{,}3748 - 0{,}0010925)$$
$$= 0{,}18794 \left[\frac{m^3}{kg}\right]$$

$$i_1 = i'(p) + x(i''(p) - i'(p)) = 640{,}18 + 0{,}5(2748{,}1 - 640{,}1) = 1694{,}15 \left[\frac{kJ}{kg}\right]$$

$$s_1 = s'(p) + x(s''(p) - s'(p)) = 1{,}86 + 0{,}5(6{,}82 - 1{,}86) = 4{,}34 \left[\frac{kJ}{kgK}\right]$$

$$u_1 = i_1 - p_1 v_1 = 1694{,}15 - 500 \cdot 0{,}18794 \left[\frac{kJ}{kg}\right] = 1600{,}17 \left[\frac{kJ}{kg}\right]$$

$$u_2 = i_2 - p_2 v_2 = 2748{,}1 - 500 \cdot 0{,}3748 \left[\frac{kJ}{kg}\right] = 2560{,}7 \left[\frac{kJ}{kg}\right]$$

Praca bezwzględna przemiany izobarycznej:

$$l_{p12} = p \cdot (v_2 - v_1) = 500[kPa] \cdot (0{,}3748 - 0{,}18794) \left[\frac{m^3}{kg}\right] = 93{,}43 \left[\frac{kJ}{kg}\right]$$

Obliczenie ciepła przemiany:

$$q_{p12} = \Delta u + l_{p12} = 2560{,}7 - 1600{,}17 + 93{,}43 = 1054 \left[\frac{kJ}{kg}\right]$$

Zadanie 8.2.1. Uzupełnić poniżej podaną tabelę dla pary wodnej. Można użyć tablic lub programu.

ciśnienie p [kPa]	temperatura t [^oC]	stopień suchości x	stan skupienia	i [kJ/kg]	s [kJ/(kgK)]	v [m^3/kg]	u [kJ/kg]
100	99,61	0,7	para mokra	1998	5,542	1,19	1879
200		0,5					
	150	0,9					
12,335	50	1,0					
400				2000			
150	50						
300	150						
	170			1500			

Zadanie 8.2.2. W cylindrze zamkniętym tłokiem znajduje się woda: 0,7 [kg] pary nasyconej suchej i 0,3 [kg] wody w stanie ciekłym. Ciśnienie otoczenia wynosi p_{ot} = 100 [kPa]. Masa tłoka wynosi m = 1,0194 [kg], powierzchnia tłoka A = 1 [cm^2]. Do cylindra doprowadzane jest ciepło, aż do uzyskania stopnia suchości x = 1. Obliczyć dostarczone ciepło i pracę wykonaną przez gaz.

Odpowiedź:
$Q_{\pi 1\text{-}2}$ = 661 [kJ]; $L_{\pi 1\text{-}2}$ = 53 [kJ].

Zadanie 8.2.3. W zbiorniku o objętości V = 40 [m^3] znajduje się 3 [m^3] cieczy H_2O w stanie nasycenia, a resztę objętości zajmuje nasycona para sucha. Ciśnienie w zbiorniku wynosi p_1 = 1,5 [MPa]. Wyznaczyć temperaturę i stopień suchości pary oraz obliczyć, ile ciepła należy odprowadzić przy niezmienionej objętości zbiornika, aby ciśnienie spadło do p_2 = 1,4 [MPa].

Odpowiedź:
t_1 = 198,28 [°C]; x_1 = 0,0975; t_2 = 195,04 [°C]; x_1 = 0,0912; $Q_{\pi 1\text{-}2}$ = -70 [MJ].

Zadanie 8.2.4. Turbina izotermiczna produkuje 450 [kW]. Do turbiny dopływa para o parametrach p_1 = 7 [MPa], t_1 = 320 [ºC]. Para opuszczająca turbinę ma ciśnienie p_2 = 0,7 [MPa]. Dla zachowania izotermiczności procesu rozprężania do turbiny doprowadzane jest 750 [kW] ciepła. Obliczyć strumień masy pary.

Odpowiedź:
$\dot{m} = 1{,}63 \left[\frac{kg}{s}\right].$

Zadanie 8.2.5. Turbina reaktora pracuje przy parametrach pary dolotowej t = 650 [ºC], p = 3,5 [MPa]. Ciśnienie wylotowe turbiny wynosi p = 35 [kPa]. Obliczyć maksymalną możliwą do osiągnięcia moc turbiny [kW], jeżeli strumień masy pary wynosi $\dot{m}$ = 150 [kg/s].

Odpowiedź:
N = 182,3 [MW]; x_2 = 0,978.

Zadanie 8.2.6. Turbina reaktora pracuje przy parametrach pary dolotowej t_1 = 540 [ºC], p_1 = 3,5 [MPa]. Ciśnienie wylotowe wynosi p_2 = 7 [kPa], a stopień suchości x_2 = 0,92. Obliczyć moc turbiny N_r i sprawność η_s. Obliczyć moc turbiny pracującej w sposób idealny (rozprężanie izentropowe) N_{is}. Strumień masy pary wynosi $\dot{m}_p$ = 8,6 [kg/s].

Odpowiedź:
η_s = 0,906; N_{is} = 11,03 [MW]; N_r = 10,0 [MW].

Zadanie 8.2.7. Moc turbiny wynosi N = 30 [MW]. Określić strumień masy pary w tej turbinie, jeżeli warunki dolotu są p_1 = 100 [kPa], $x_1 = 1$, a rozprężanie jest adiabatyczne i odwracalne. Ciśnienie na wylocie wynosi p_2 = 10 [kPa].

Odpowiedź:
$\dot{m} = 87{,}5 \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}}\right]$.

Zadanie 8.2.8. Strumień pary dopływa do dyfuzora z prędkością w_1 = 700 [m/s] i parametrach p_1 = 200 [kPa], t_1 = 200 [ºC]. Wypływający strumień pary ma prędkość w_2 = 70 [m/s]. Zakładając proces adiabatyczny odwracalny, określić końcowe ciśnienie i temperaturę, wykorzystując wykres i-s.

Odpowiedź:
$t_2 \cong$ 324 [ºC]; $p_2 \cong$ 0,54 [MPa].

Zadanie 8.2.9. Obliczyć końcowe parametry pary, pracę i ciepło przemiany, jeżeli podlega ona przemianie izotermicznej od stanu pary nasyconej suchej o p_1 = 1,4 [MPa], a podczas przemiany pobiera ze źródła 800 [kJ] ciepła. Założyć, że przemianie podlega m = 2 [kg] pary.

Odpowiedź:
$t_2 = t_1$ = 195 [ºC]; S_2 = 14,64 [kJ/K]; p_2 = 0,282 [MPa]; v_2 = 0,754 [m^2/kg];
$L_{\pi 1-2}$ = 696,2 [kJ].

Zadanie 8.2.10. 13 [kg] pary mokrej nasyconej o parametrach początkowych p_1 = 1,0 [MPa] i $x_1 = 0{,}95$ zamknięta w zbiorniku o stałej objętości jest podgrzewana, aż do chwili, gdy ciśnienie w zbiorniku wzrosło do p_2 = 1,5 [MPa]. Obliczyć końcową temperaturę t_2 oraz ciepło doprowadzone podczas przemiany i objętość zbiornika V_{zb}.

Odpowiedź:
t_2 = 344 [ºC]; $Q_{\pi 1-2}$ = 4,78 [MJ]; V_{zb} = 2,4 [m^3].

Zadanie 8.2.11. W izobarycznym wymienniku ciepła podgrzewana jest para o parametrach p_1 = 15 [MPa] i $x_1 = 0,98$. Strumień masy pary wynosi $\dot{m}$ = 2 [kg/s]. Para, ogrzewając się, odbiera ciepło od spalin. Strumień przekazanego ciepła wynosi $\dot{Q} = 1,6[MW]$. Obliczyć końcową temperaturę pary oraz moc izobarycznego rozszerzania się pary.

Odpowiedź:
t_2 = 529 [ºC]; N = 356 [kW].

Zadanie 8.2.12. Pomiar stopnia suchości pary można przeprowadzić za pomocą kalorymetru dławiącego, przy założeniu, że para ma wystarczająco wysoki stopień suchości x. Pomiar polega na założeniu w kalorymetrze dławienia izentalpowego. Początkowe ciśnienie pary w rurociągu wynosi p_1 = 1,0 [MPa]. Po zdławieniu pary w kalorymetrze do ciśnienia p_2 = 0,1 [MPa] zmierzono temperaturę t_2 = 110 [ºC]. Obliczyć x_1.

Odpowiedź:
$x_1 = 0,96$.

Zadanie 8.2.13. Pomiar stopnia suchości można przeprowadzić, korzystając z kalorymetru beczkowego. Z rurociągu parowego, w którym znajduje się para mokra o ciśnieniu p_r = 0,5 [MPa], upuszczono pewną ilość pary do kalorymetru beczkowego. W kalorymetrze tym znajdowało się m_1 = 100 [kg] wody o temperaturze t_1 = 20 [ºC]. Na skutek zmieszania z upuszczoną parą masa cieczy w kalorymetrze wzrosła do m_2 = 105 [kg], a temperatura do t_2 = 45 [ºC]. Obliczyć stopień suchości pary w rurociągu.

Odpowiedź:
$x_p \cong 0,778$.

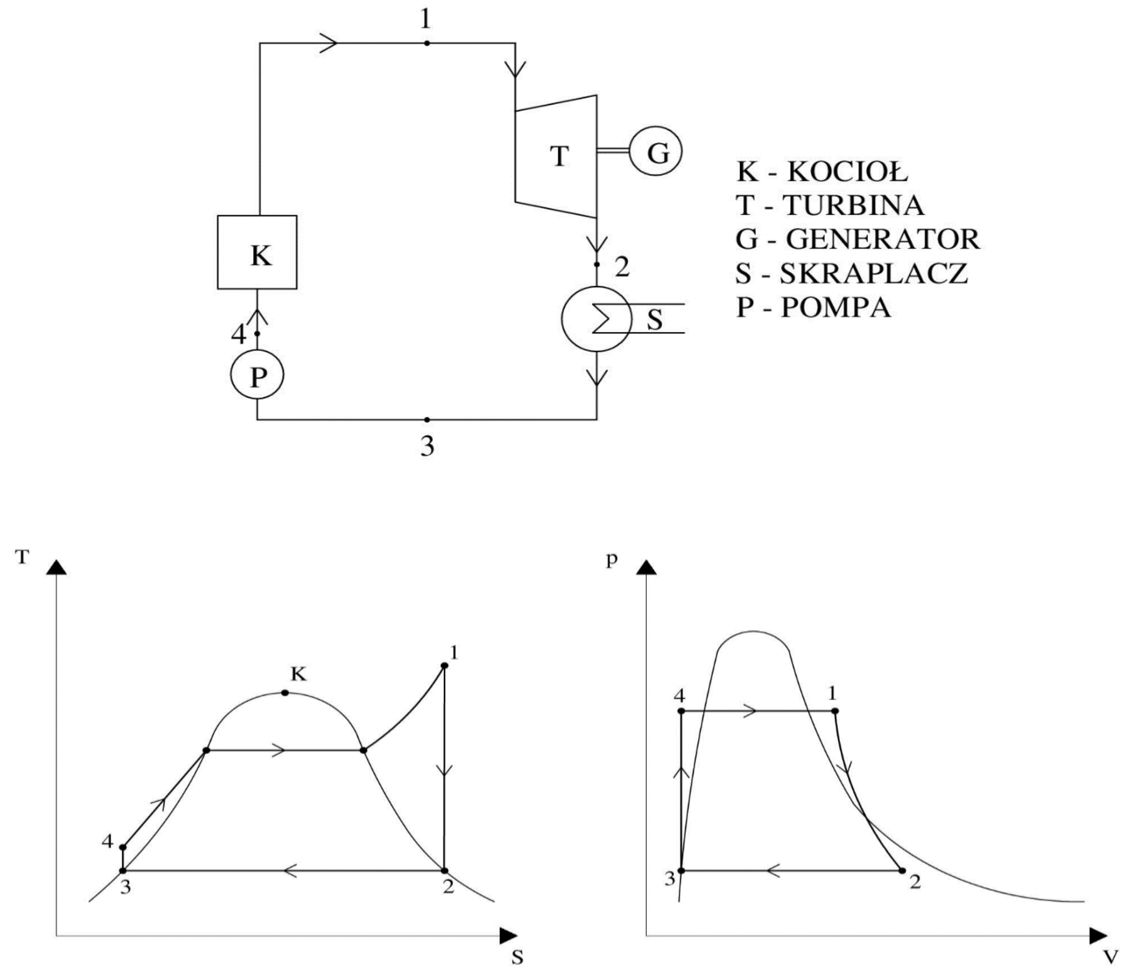
Zadanie 8.2.14. W zaizolowanym zbiorniku o stałej objętości znajduje się m = 40 [kg] pary o parametrach początkowych p_1 = 1,5 [MPa] i x_1 = 0,45. Do zbiornika tego wstrzyknięto pewną ilość wody o temperaturze t = 15 [ºC] tak, że ciśnienie w zbiorniku spadło do p_2 = 8 [bar]. Obliczyć ilość wody wstrzykniętą do zbiornika.

Odpowiedź:
$m_w \cong 28$ [kg], x_2 = 0,142.

Zadanie 8.2.15. Klasyczny obieg siłowni parowej jest obiegiem Rankine'a bez przegrzewu pary (rysunek 20), składającym się z następujących przemian:

1-2 – izentropowe rozprężanie wytworzonej pary,
2-3 – izobaryczna kondensacja rozprężonej pary,
3-4 – izochoryczne przetłaczanie kondensatu,
4 -1– izobaryczne wytwarzanie pary nasyconej suchej,

Naszkicować obieg w układach p-v, T-s oraz i-s dla pary wodnej. Przyjmując, że dla rozważanego obiegu parametry pary są następujące: $p_2 = 400$ [kPa], $x_2 = 1$, $p_3 = 3{,}5$ [kPa], określić sprawność obiegu $\eta = \frac{N_t}{\dot{Q}_d}$.



Rysunek 20. Schemat i obieg termodynamiczny Rankine`a na wykresach p-V oraz T-S.

Odpowiedź:
$\eta = 0{,}26$.

Zadanie 8.2.16. Obliczyć sprawność obiegu Rankine'a z zadania poprzedniego, jeżeli $p_2 = 4$ [MPa] i para jest przegrzana $t_2 = 350$ [ºC].

Odpowiedź:
$\eta = 0{,}37$.

Rozdział 9.
Gazy wilgotne

9.1. Podstawowe zależności i definicje

Gazem wilgotnym nazywamy mieszaninę, co najmniej dwuskładnikową, w której jeden ze składników jest wyróżniony, gdyż znajduje się w stanie na tyle bliskim nasycenia, że podczas przemiany roztworu może ulegać przemianom fazowym (skraplaniu lub odparowaniu).

Jeżeli indeksem dolnym ***p*** oznaczać będziemy wyróżniony składnik, nazywając go parą, a indeksem dolnym ***gs*** sumę pozostałych składników mieszaniny, to słuszne są poniżej pokazane zależności:

$$\phi = \left(\frac{m_p}{m''_p}\right)_{V,T} = \left(\frac{\rho_p}{\rho''_p}\right)_T = \left(\frac{p_p}{p''_p}\right)_T \tag{8.1}$$

gdzie: górnym indeksem ″ oznaczono wielkości odpowiadające stanowi nasycenia pary wodnej w danej temperaturze, czyli ciśnienie i gęstość nasycenia, które można odczytać z tablic, wykresów lub aplikacji.

m_p'' – maksymalnie możliwa do „rozpuszczenia" w danej objętości i przy danej temperaturze ilość pary.

Stopień zawilżenia:

$$X = \frac{m_p}{m_{gs}} = \frac{M_p}{M_{gs}} \cdot \frac{p_p}{p - p_p} = \frac{M_p}{M_{gs}} \cdot \frac{\varphi p''_p}{p - \varphi p''_p} \tag{8.2}$$

Molowy stopień zawilżenia:

$$X_z = \frac{n_p}{n_{gs}} = \frac{p_p}{p - p_p} = \frac{\varphi p''_p}{p - \varphi p''_p} \tag{8.3}$$

Prawo Daltona:

$$p = p_p + p_{gs} \tag{8.4}$$

Najważniejszym technicznie gazem wilgotnym jest powietrze zawilżone parą wodną. Powietrze wilgotne w parametrach bliskich warunkom otoczenia można traktować jako gaz doskonały. Model gazu doskonałego jest wystarczająco dokładny zarówno dla powietrza suchego, jak i dla rozpuszczonej w nim pary wodnej ze względu na niskie ciśnienie składnikowe H_2O.
Dla gazu doskonałego można zatem zapisać:

$$pV = m_{gs}\left(1 + X\right)\bar{R}T$$

$$\bar{R} = \frac{R_{gs} + XR_p}{1 + X}$$

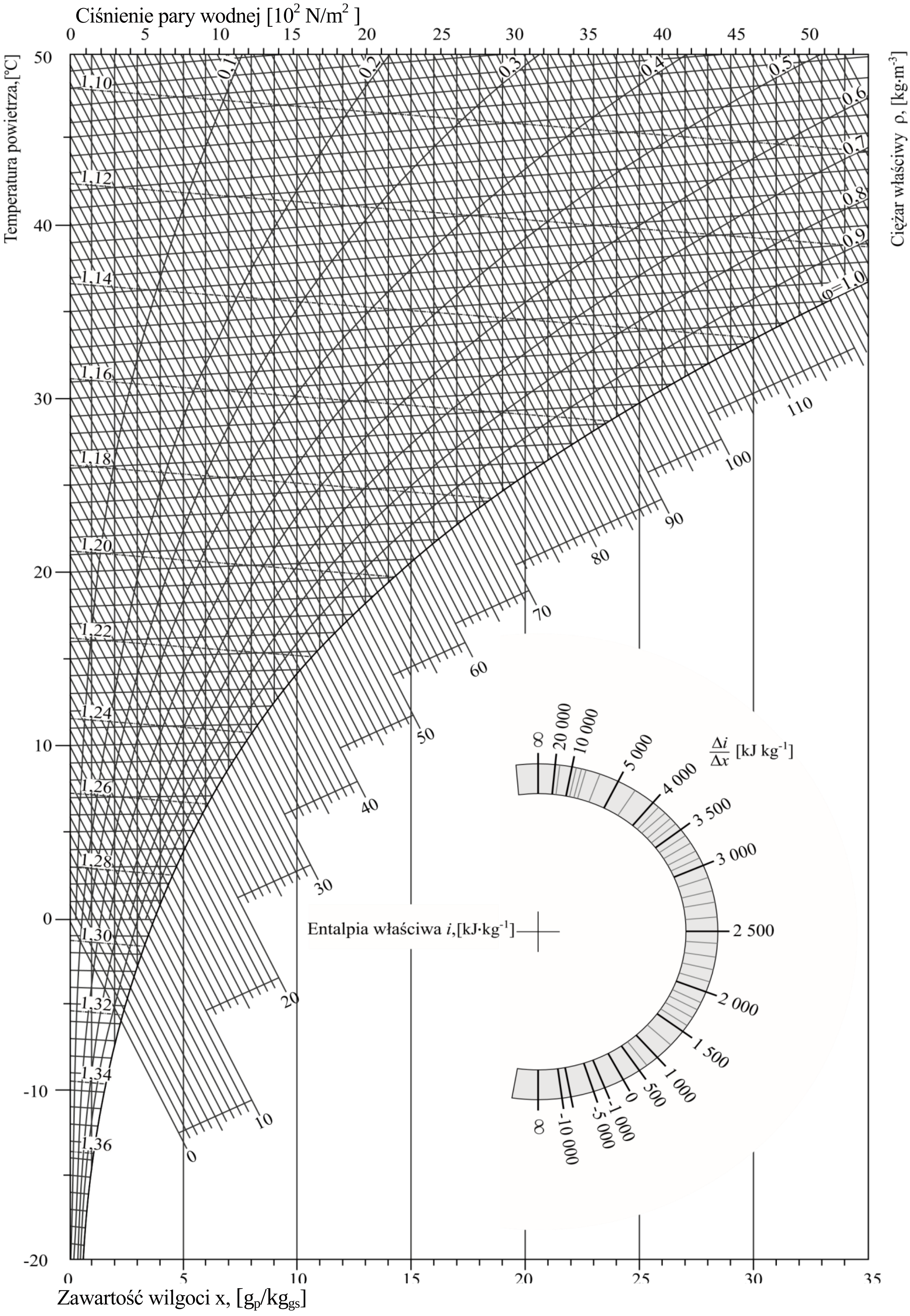
Obliczanie funkcji stanu:

$$i = \frac{I}{m_p + m_{gs}} = \frac{I}{m} \quad ; \qquad i_{(1+X)} = \frac{I}{m_{gs}} = \frac{m_{gs} i_{gs} + m_p i_p}{m_{gs}}$$
$$I = m_{gs} \cdot i_{(1+X)} = n_{gs} \cdot (Mi)_{(1+X_z)}$$
$$i_{(1+X)} = i_{gs} \cdot X \cdot i_p = c_{pgs} \cdot t + X\left(r_o + c_{pp} \cdot t\right)$$
$$\mathbf{v}_{(1+X)} = \mathbf{v}_{gs} + X \cdot \mathbf{v}_p$$
$$u_{(1+X)} = i_{(1+X)} - p \cdot \mathbf{v}_{(1+X)}$$

Punkt rosy jest to punkt o takich parametrach, dla których rozpoczyna się proces wykraplania pary przy obniżaniu temperatury przy stałym ciśnieniu lub podnoszeniu ciśnienia przy stałej temperaturze. Punkt rosy oznacza, że ciśnienie składnikowe pary zawartej w gazie wilgotnym jest równe ciśnieniu nasycenia dla danej temperatury. Zwykle określa się temperaturę punktu rosy t_R – oznaczającą temperaturę, przy której rozpoczyna się proces wykraplania cieczy przy chłodzeniu izobarycznym.

Rysunek 21 przedstawia wykres Molliera dla powietrza wilgotnego[1].

[1] *Podstawy termodynamiki*, A. Sadłowska-Sałęga, J. Radoń, 2012, Warszawa: Wydawnictwo Nauka i Technika.



Rysunek 21. Wykres Molliera dla powietrza wilgotnego.

9.2. Przykład i zadania do samodzielnego rozwiązania

Przykład 9.2.1. W mieszalniku adiabatyczno-izobarycznym zmieszaniu ulegają dwa strumienie powietrza wilgotnego: jeden o strumieniu objętości wynoszącym $\dot{V}_1$ = 150 [m^3/min], temperaturze t_1=10 [ºC] i wilgotności względnej φ_1 = 80%, a drugi o temperaturze 32 [ºC], φ_2 = 60% i przepływie $\dot{V}_2$ = 100 [m^3/min]. Określić parametry strumienia opuszczającego mieszalnik, jeżeli ciśnienie wynosi 1 [bar].

Rozwiązanie:
Dla strumienia 1:

$$p_{p1} = \varphi \cdot p''_p = 0.8 \cdot (0{,}01228) = 0{,}0098 \text{ [bar]}$$

$$p_{gs1} = p - p_{p1} = 0{,}9902 \text{ [bar]}$$

$$v_{gs1} = \frac{(MR)T}{(M)p} = 0{,}819 \text{ [m}^3\text{/kg}_{gs}]$$

$$\bar{m}_{gs1} = \dot{V}/v_{gs} = 183 \text{ [kg}_{gs}\text{/min]}$$

$$X_1 = 0{,}622 \cdot \frac{p_{p1}}{p_{gs1}} = 0{,}00616 \text{ [kg}_p\text{/kg}_{gs}]$$

Z analogicznych zależności dla strumienia 2 otrzymuje się:

$$p_{p2} = 0{,}0286 \text{ [bar]};\ p_{gs2} = 0{,}9714 \text{ [bar]};\ v_{gs1} = 0{,}9 \text{ [m}^3\text{/kg}_{gs}];$$

$$\dot{m}_{gs2} = 111 \text{ [kg}_{gs}\text{/min]};\ X_2 = 0{,}0183 \text{ [kg}_p\text{/kg}_{gs}].$$

Obliczenie entalpii strumieni:

$$i_1 = c_{p_{gs}} \cdot t_{gs_1} + X_1 \cdot i_{p_1} = 1{,}005 \cdot 10 + 0{,}00616 \cdot 2519{,}8 = 25{,}5 \text{ [kJ/kg}_{gs}]$$

$$i_2 = c_{p_{gs}} \cdot t_{gs_2} + X_2 \cdot i_{p_2} = 1{,}005 \cdot 32 + 0{,}00182 \cdot 2559{,}8 = 79 \text{ [kJ/kg}_{gs}]$$

Z bilansu wilgoci zawartej w powietrzu strumieni mieszanych wynika:

$$\dot{m}_{p1} + \dot{m}_{p2} = \dot{m}_{p3}$$

$$X_1 \dot{m}_{gs1} + X_2 \dot{m}_{gs2} = X_3 \left(\dot{m}_{gs1} + \dot{m}_{gs2} \right)$$

czyli $X_3 = 0{,}0108$ [kg$_p$/kg$_{gs}$]

Analogicznie dla entalpii:

$$i_3 = 45{,}7 \text{ [kJ/kg}_{gs}]$$

określając:

$$i_3 = c_{pgs} \cdot t_3 + X_3 i_{p3}$$

Ze względu na to, że i_3 zależy od t_3, dalsze rozumowanie prowadzić należy za pomocą metody prób, pozwalających na określenie dwóch temperatur ograniczających rozwiązanie, a następnie aproksymacji liniowej pomiędzy nimi.

Takie podejście daje t_3 = 18,2 [ºC].

$$X_3 = 0,622 \cdot \frac{p_{p3}}{1 - p_{p3}}$$, czyli p_{p3} = 0,01707 [bar].

Z tablic odczytano p_p'' (18,2 [ºC]) = 0,0209 [bar]

$$\varphi_3 = \frac{p_{p3}}{p_p''(18,2)} = 0,816.$$

Odpowiedź:
Parametry strumienia powietrza wilgotnego opuszczającego mieszalnik są następujące:
t_3 = 18,2 [^oC]; φ_3 = 81,6 [%]; X_3 = 0,0108 [kg_p/kg_{gs}].

Zadanie 9.2.1. Pokój o wymiarach 4 x 5 [m] oraz wysokości 3 [m] zawiera powietrze wilgotne o parametrach φ_1 = 60%, t_1 = 20 [^oC], p_{ot} = 0,1 [MPa]. Obliczyć:
a) stopień zawilżenia X,
b) molowy stopień zawilżenia X_z,
c) masę suchego powietrza m_{gs},
d) masę pary zawartej w powietrzu m_p,
e) temperaturę punktu rosy przy chłodzeniu izobarycznym t_R,
f) ilość wykroplonej pary Δm_p, gdyby temperaturę w pokoju obniżyć do t_2 = -5 [^oC].

Odpowiedź:
X = 8,85 [g_p/kg_{gs}]; X_z = 14,2 [$kmol/kmol_{gs}$]; m_{gs} = 70 [kg];
m_p = 0,623 [kg]; $t_R \cong$ 12 [^oC]; Δm_p = 0,428 [kg].

Zadanie 9.2.2. Jedną z metod usuwania wilgoci z powietrza atmosferycznego jest oziębianie go poniżej punktu rosy i usuwanie wykroplonej wody. Zakładając, że powietrze ma ciśnienie 0,1 [MPa], obliczyć, do jakiej temperatury należy je schłodzić, aby jego stopień zawilżenia X był równy 0,1 [g_p/kg_{gs}].

Odpowiedź:
t = -38 [ºC].

Zadanie 9.2.3. Pokój o objętości 50 [m^3] zawiera powietrze wilgotne o ciśnieniu p_{ot} = 0,1 [MPa], t_{ot} = 25 [ºC]. Ciśnienie składnikowe pary H_2O wynosi p_p = 1,4 [kPa]. Obliczyć wilgotność względną, temperaturę punktu rosy oraz całkowitą masę pary w pomieszczeniu.

Odpowiedź:
X = 8,83 [g_p/kg_{gs}]; φ = 44%; t_R = 11,97 [^{o}C]; m_p = 0,509 [kg].

Zadanie 9.2.4. Parametry powietrza na ssaniu sprężarki są następujące: t_1 = 20 [ºC], p_1 = 101,3 [kPa], φ = 50%. Stopień sprężania ε = p_2/p_1 = 3,4. Po sprężaniu powietrze trafia do chłodnicy, gdzie ochładza się izobarycznie. Jaka jest temperatura punktu rosy w chłodnicy?

Odpowiedź:
$t_R \cong$ 28,86 [ºC].

Zadanie 9.2.5. Dla celów klimatyzacyjnych przygotowywane jest powietrze zewnętrzne o parametrach t_1 = 6,7 [ºC], φ = 60%. Wymagane parametry pomieszczenia klimatyzowanego to t_2 = 21,1 [ºC], φ_2 = 50% przy tym samym ciśnieniu. Ile wody należy dodać do zasysanego powietrza, aby spełnić te wymagania.

Odpowiedź:
$$\frac{\dot{m}_w}{\dot{m}_{gs}} = 4{,}13\ [g_w/kg_{gs}].$$

Zadanie 9.2.6. Powietrze wilgotne o parametrach p_1 = 150 [kPa], t_1 = 30 [ºC], φ_1 = 80% dopływa do urządzenia klimatyzacyjnego. Strumień powietrza suchego wynosi m_{gs} = 1 [kg/s]. W urządzeniu tym powietrze ochładza się do temperatury t_2 = 10 [ºC], a równocześnie jego ciśnienie spada do p_2 = 125 [kPa], a wilgotność rośnie do φ_2= 100%. Obliczyć strumień ciepła odebranego od powietrza wilgotnego w urządzeniu klimatyzacyjnym.

Odpowiedź:
$\dot{Q}_{\pi 1-2}$= - 41,8 [kW].

Zadanie 9.2.7. Powietrze wilgotne o parametrach początkowych p_1 = 100 [kPa], t_1 = 35 [ºC], φ_1 = 70%, V= 0,5 [m^3] jest ochładzane w procesie izochorycznym. Obliczyć temperaturę punktu rosy dla tego procesu oraz strumień ciepła odebranego od gazu $\dot{Q}_{\pi 1-2}$, jeśli schłodzenie odbywa się do punktu rosy.

Odpowiedź:
$t_R \cong$ 28,2 [ºC]; $\dot{Q}_{\pi 1-2}$= -4,28 [kW].

Zadanie 9.2.8. Powietrze wilgotne o parametrach t_1 = 5 [ºC], p_1 = 100 [kPa], φ_1 = 50% dopływa do urządzenia zraszającego. Strumień masy suchego gazu wynosi $\dot{m}_{gs}$ = 1 [kg/s]. W urządzeniu powietrze zraszane jest wodą o temperaturze t_w = 10 [ºC] i strumieniu masy m_w = 2,2 [g/s]. Obliczyć wilgotność względną powietrza na wyjściu z urządzenia oraz strumień ciepła dostarczonego do urządzenia. Temperatura powietrza przy wyjściu z urządzenia się nie zmienia i wynosi t_2 = 5 [^{o}C].

Odpowiedź:
φ = 90,5%; $\dot{Q}_{\pi 1-2}$ = 5,41 [kW].

Zadanie 9.2.9. W zaizolowanym cieplnie mieszalniku, w którym panuje stałe ciśnienie p = 1 [bar], zmieszaniu ulegają dwa strumienie powietrza wilgotnego, z których jeden ma parametry m_{gs1} = 1 [kg/s], T_1 = 300 [K], φ_1 = 0,6 oraz drugi m_{gs2} = 2 [kg/s], T_2 = 320 [K], φ_2 = 0,4. Obliczyć parametry strumienia powietrza wilgotnego w wyniku zmieszania.

Odpowiedź:
p = 1 [bar]; T_3 = 313,45 [K]; φ_3 = 0,47; X_3 = 22,43 [g_p/kg_{gs}].

Zadanie 9.2.10. Powietrze wilgotne o parametrach p = 1 [bar], T = 315 [K], φ = 0,6 postanowiono osuszyć do φ = 0,45 poprzez obniżenie jego temperatury, a następnie powtórzenie podgrzania. Określić, do jakiej temperatury należy schłodzić powietrze wejściowe, aby uzyskać żądane parametry. Obliczyć ilość wykroplonej wody.

Odpowiedź:
T = 300,55 [K]; ΔX = 8,17 [g_p/kg_{gs}].

Zadanie 9.2.11. Powietrze wilgotne o parametrach p_1 = 10 [bar], t_1 = 100 [ºC] i wilgotności φ_1 = 90% zostało zdławione izotermicznie do p_2 = 5 [bar]. Obliczyć wilgotność powietrza po zdławieniu φ_2. Ile wody o temperaturze 20 [ºC] należałoby wstrzyknąć do zdławionego powietrza, aby otrzymać wilgotność początkową? Ile ciepła należałoby dostarczyć dodatkowo, aby otrzymać parametry $p_3 = p_2$ = 5 [bar]; $t_3 = t_2 = t_1$ = 100 [ºC]; $\varphi_3 = \varphi_1$ = 0,9?

Odpowiedź:
φ_2 = 0,45; ΔX = 76,42 [g_w/kg_{gs}]; $q_d = q_{\pi 1-3}$ = 198 [kJ/kg_{gs}].

CZĘŚĆ II.
ELEMENTY PRZEKAZYWANIA CIEPŁA

Rozdział 10.
Ustalone, bezźródłowe pole temperatury w ciele stałym

Pole temperatury w ciele stałym określa rozkład temperatury w przestrzeni ograniczonej warunkami brzegowymi. Jeśli rozważamy dodatkowo zmienność w czasie, warunki brzegowe mogą mieć postać zmienną w czasie, a oprócz tego konieczne jest podanie warunków początkowych dla utrzymania jednoznaczności rozwiązania. W niniejszym skrypcie przedstawiono kilka zadań dla najprostszych przypadków, gdzie rozkład temperatury i warunki brzegowe są ustalone w czasie. Nie uwzględniono również wewnętrznych źródeł ciepła.

10.1. Podstawowe zależności i definicje

Nieustalony rozkład temperatury jest ogólnym równaniem przewodzenia ciepła Fouriera:

$$\rho c_p \frac{\partial t}{\partial \tau} = \nabla(\lambda \nabla t) + \dot{q}_v \tag{10.1}$$

Jeśli w tym równaniu pominie się wewnętrzne objętościowe źródła ciepła q_v oraz zmienność temperatury w czasie, co oznacza zerowanie pochodnej po czasie, otrzymuje się zależność na ustalony rozkład temperatury w ciele stałym:

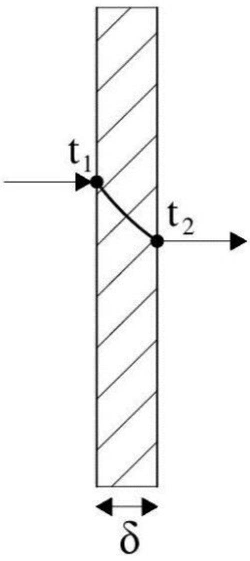
$$\nabla(\lambda \nabla t) = 0 \tag{10.2}$$

Jeśli dodatkowo λ – przewodność cieplna ciała jest stałą, czyli nie zależy od temperatury, to równanie określające strumień ciepła można przedstawić jako:

$$\vec{q} = -\lambda \overrightarrow{\mathrm{grad} T} \tag{10.3}$$

10.2. Przykłady i zadania do samodzielnego rozwiązania

Przykład 10.2.1. Płaska ścianka o grubości δ wykonana jest z materiału, którego przewodność cieplna zależna jest liniowo od temperatury $\lambda = \lambda_o(1+\beta t)$. Wyprowadzić zależności określające rozkład temperatury w ścianie i gęstość strumienia ciepła przewodzonego przez ściankę.



Rysunek 22. Ilustracja graficzna dla przykładu 10.2.1.

Dane:
λ_o = 0,5815 [W/mK],
β = 0,001 [1/ºC],
t_{s2} = 600 [ºC],
t_{s1} = 40 [ºC],
δ = 130 [mm].

Rozwiązanie:
Korzystając z równania (10.3), można napisać:

$$\int_0^{\delta} \dot{q}\, dx = -\int_{t_{s1}}^{t_{s2}} \lambda(t)\, dt$$

podstawiając za $\lambda(t)$ i całkując

$$\dot{q} = \frac{-\lambda_o}{\delta}\left[t_{s1} + \frac{\beta t_{s1}^2}{2} - t_{s2} - \frac{\beta t_{s2}^2}{2}\right] = 3306[W/m^2]$$

analogicznie:

$$\int_0^{x} \dot{q}\, dx = -\int_{t_{s1}}^{t} \lambda_o(1+\beta t)\, dt$$

czyli

$$\dot{q} = -\frac{\lambda_o}{x}\left[t_{s1} + \frac{\beta t_{s1}^2}{2} - t - \frac{\beta t^2}{2}\right]$$

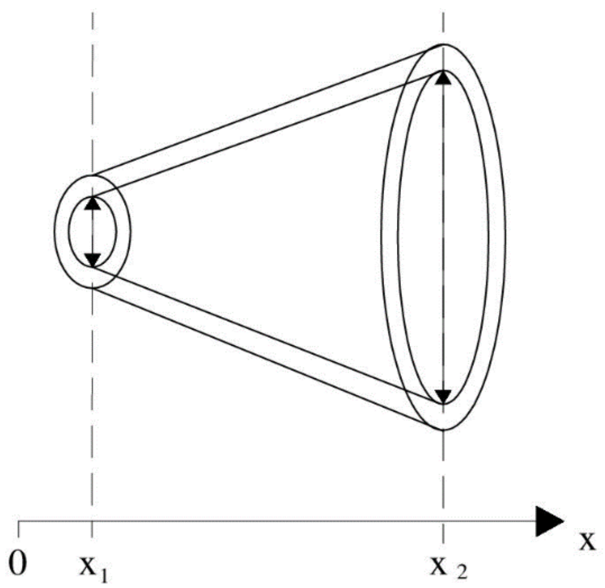
rozwiązując to równanie kwadratowe i podstawiając odpowiednie wartości:

$$t(x) = \frac{\sqrt{1 + 2\beta\left[\frac{\dot{q}}{\lambda_o}x + t_{s1} + \frac{t_{s1}^2\beta}{2}\right]} - 1}{\beta}$$

$$t(x) = \frac{\sqrt{11,4x + 1,08} - 1}{0,001}\left[{}^{o}C\right]$$

gdzie jednostką długości x jest metr.

Przykład 10.2.2. Kształtka w formie stożka ściętego wykonana została z materiału ceramicznego o λ = 3,46 [W/(mK)] (rysunek 23).
Powierzchnia stożka jest dokładnie zaizolowana. Wymiary geometryczne stożka według rysunku 23 są następujące: x_1 = 0,05 [m]; x_2 = 0,25 [m]. Średnica dla x_1 wynosi: $d_1 = b\,x_1$; odpowiednio dla x_2: $d_2 = b\,x_2$, gdzie b = 0,25. Wyznaczyć rozkład temperatury w kształtce, zakładając przewodzenie jednowymiarowe i całkowity strumień przewodzonego ciepła, jeśli powierzchnie ścian czołowych mają temperatury: t_{s1} = 110 [°C]; t_{s2} = 1300 [°C].



Rysunek 23. Ilustracja graficzna dla przykładu 10.2.2.

Rozwiązanie:
Z zależności (10.3) wynika:

$$\dot{Q} = -\lambda \frac{\pi b^2 x^2}{4} \frac{dt}{dx}$$

całkując:

$$\frac{4\dot{Q}}{\pi b^2} \int_{x_1}^{x} \frac{dx}{x^2} = -\lambda \int_{t_{s1}}^{t} dt$$

Stąd:

$$t(x) = t_{s1} - \frac{4\dot{Q}}{\pi b^2 \lambda} \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x} \right)$$

na podstawie warunku brzegowego:

$$t_{s2} = t(x_2) = t_{s1} - \frac{4\dot{Q}}{\pi b^2 \lambda} \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right)$$

Ostatecznie:

$$t(x) = t_{s1} + (t_{s1} - t_{s2}) \left[\frac{(1/x) - (1/x_1)}{(1/x_1) - (1/x_2)} \right]$$

$$\dot{Q} = -2{,}12\ [\mathrm{W}]$$

Zadanie 10.2.1. Powierzchnia wewnętrzna $r_1 = 0{,}1$ [m] wydrążonego walca nieskończonego znajduje się w stałej temperaturze $t_{s1} = 400$ [ºC]. Ścianka zewnętrzna o $r_2 = 0{,}5$ [m] ma temperaturę $t_{s2} = 50$ [ºC]. Współczynnik przewodzenia ciepła dla cynku, z którego wykonany jest walec, wynosi $\lambda = 116$ [W/(mK)]. Znaleźć rozkład temperatury w walcu i jednostkowy strumień ciepła przy założeniu jednowymiarowego rozkładu temperatury.

Wskazówka:
Zastosować cylindryczny układ współrzędnych

$$\nabla^2 = \frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{d}{dr}$$

Odpowiedź:

$$(t_{s1} - t(r))/(t_{s1} - t_{s2}) = \frac{\ln\left(\frac{r}{r_1}\right)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

$$Q = -2\lambda\pi \cdot \frac{t_{s1} - t_{s2}}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} = 1366 \left[\frac{W}{m}\right]$$

Zadanie 10.2.2. Powierzchnia wewnętrzna r_1 = 0,05 [m] wydrążonej kuli wykonanej z brązu o λ = 52 [W/(mK)] znajduje się w stałej temperaturze t_{s1} = 100 [ºC]. Zewnętrzna powierzchnia ma temperaturę t_{s2} = 20 [ºC], r_2 = 0,1 [m]. Znaleźć rozkład temperatury w kuli w stanie ustalonym i jednostkowy strumień ciepła.

Wskazówka:

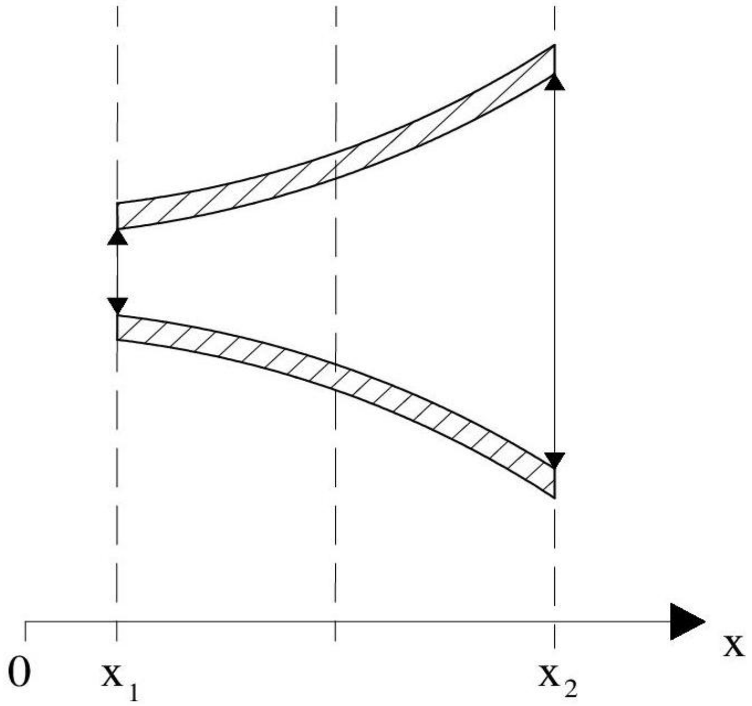
$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{d}{dr}\right)$$

Odpowiedź:

$$(t_{s1} - t(r))/(t_{s1} - t_{s2}) = \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r}\right)/\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

$$Q = -4\lambda\pi\frac{t_{s1} - t_{s2}}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} = 100{,}5\ [W]$$

Zadanie 10.2.3. Wytłoczka z czystego aluminium ma kształt pokazany na rysunku 24. Przekrój dany jest zależnością $D = bx^{1/2}$, gdzie b = 0,5 $m^{1/2}$. Temperatury ścianek wynoszą dla x_1 = 25 [mm], T_{s1} = 600 [K] dla x_2 = 150 [mm], T_{s2} = 400 [K]. Pobocznica jest dokładnie zaizolowana. Wyznaczyć rozkład temperatury dla λ = 237 [W/(mK)] i całkowity strumień ciepła.



Rysunek 24. Ilustracja graficzna dla zadania 10.2.3.

Odpowiedź:

$T(x) = T_{s1} - \frac{4\dot{Q}}{\pi b^2 \lambda} \ln\left(\frac{x}{x_1}\right)$; $\dot{Q} = \frac{(T_1 - T_2) * \pi b^2 \lambda}{4 \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)}$ = 5194 [W].

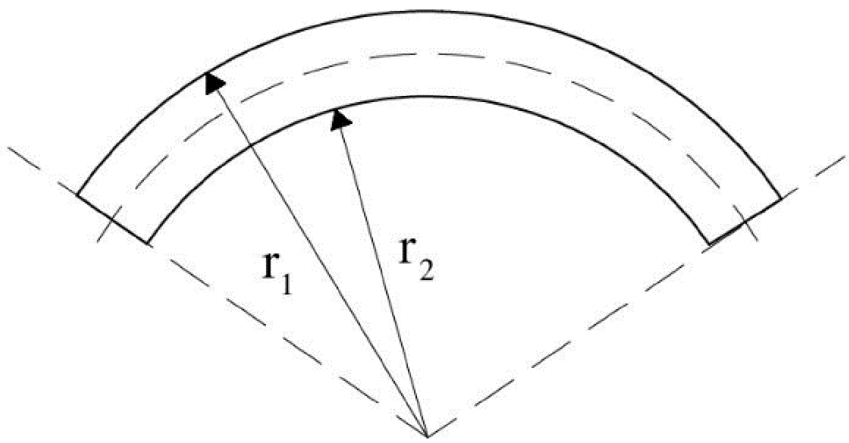
Zadanie 10.2.4. Określić ustalony rozkład temperatury w belce, której przekrój jest krzywoliniowym prostokątem, którego dwa boki są łukami kół współśrodkowych, zaś pozostałe odcinkami prostymi promieni (rysunek 25). Ściana r_1 = 0,4 [m] ma stałą temperaturę t_{s1} = 50 [ºC], a wszystkie ściany pozostałe t_{s2} = 0 [°C], r_2 = 0,5 [m], λ = 43 [W/(mK)].

Wskazówka:

$$t = t(r,\varphi)$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$$

$$t(r,\varphi) = R(r)\,\Phi(\varphi)$$



Rysunek 25. Ilustracja graficzna dla zadania 10.2.4.

Odpowiedź:

$$t(r,\varphi) = 50\frac{n}{\Pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\left(\frac{r}{0,5}\right)^{k_n} - \left(\frac{0,5}{r}\right)^{k_n}}{0,8^{k_n} - 1,25^{k_n}}\cdot \sin(k_n\varphi)\ [^{\circ}C]$$

gdzie:

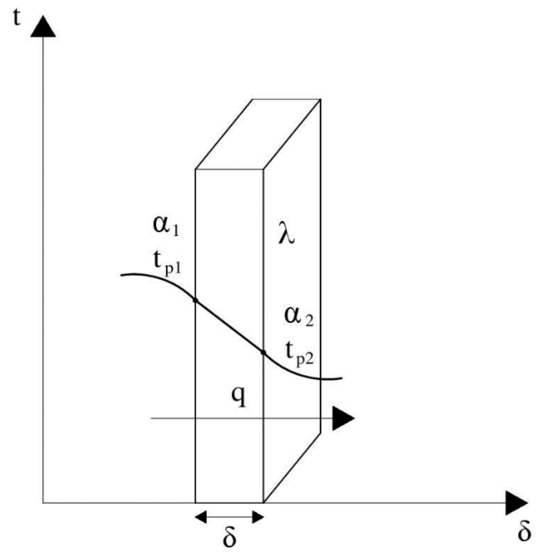
$$k_n = \frac{n\cdot\Pi}{0,5}.$$

Rozdział 11.
Ustalone przenikanie ciepła przez przegrodę

Przenikanie ciepła przez przegrodę uwzględnia opór cieplny przegrody, wynikający z oporu cieplnego przewodzenia kilku warstw o różnych przewodnościach cieplnych, z którego jest wykonana i opór wnikania ciepła z obydwu stron przegrody. Każda warstwa jest charakteryzowana przez grubość δ oraz przewodność cieplną λ. Dla analizy przenikania przez przegrodę dla potrzeb tego rozdziału zajęto się jedynie materiałami o λ niezależnym od temperatury.

11.1. Podstawowe zależności i definicje

Podstawowym modelem przenikania jest model fizyczny pokazany na rysunku 26. Model ten jest słuszny dla przegrody płaskiej, walcowej i kulistej. Wyprowadzone wzory wynikają z różnej postaci operatora Nabla we współrzędnych cylindrycznych i sferycznych.



Rysunek 26. Schemat przenikania ciepła przez przegrodę.

Na rysunku 26 oznaczono przewodność cieplną przegrody λ oraz współczynniki wnikania z obydwu stron przegrody α_1 i α_2.
W literaturze można znaleźć wyprowadzenia zależności na opór cieplny przegrody dla trzech prostych przypadków:

a) przegroda płaska wielowarstwowa:

$$\dot{Q} = \dot{q} \cdot A = A \cdot k \cdot \left(t_{p1} - t_{p2}\right) \tag{11.1}$$

$$k = \frac{1}{R}$$
$$R = \frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2} \tag{11.2}$$

b) przegroda walcowa wielowarstwowa

$$\dot{Q} = \dot{q}_l \cdot l = \pi \cdot l \cdot k_l \left(t_{p1} - t_{p2} \right) \tag{11.3}$$

$$k_l = \frac{1}{R_l}$$

$$R_l = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{i=1}^{n} \frac{\ln \frac{d_{i+1}}{d_i}}{2\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2 d_{n+1}} \tag{11.4}$$

gdzie dodatkowo:

l – długość walca,
d_i – średnica wewnętrzna *i*-tej warstwy przegrody.

Średnica krytyczna izolacji walcowej:

$$d_{kr} = \frac{2\lambda}{\alpha_2} \tag{11.5}$$

c) przegroda kulista wielowarstwowa:

$$\dot{Q} = \pi \cdot k \cdot \left(t_{p1} - t_{p2} \right) \tag{11.6}$$

$$k = \frac{1}{R_k}$$

$$R_k = \frac{1}{\alpha_1 d_1^2} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_1} \left(\frac{1}{d_i} - \frac{1}{d_{i+1}} \right) + \frac{1}{\alpha_2 d_{n+1}^2} \tag{11.7}$$

Średnica krytyczna izolacji kulistej:

$$d_{kr} = \frac{4\lambda}{\alpha_2} \tag{11.8}$$

Dodatkowo można też wyprowadzić prawo spadku temperatur:

$$\frac{\Delta t_i}{\Delta t_j} = \frac{R_i}{R_j} \tag{11.9}$$

11.2. Przykłady i zadania do samodzielnego rozwiązania

Przykład 11.2.1. Rurociąg o znanej średnicy zewnętrznej d postanowiono zaizolować dwoma warstwami izolacji o jednakowej grubości δ oraz różnych współczynnikach przewodzenia ciepła, spełniających warunek $\lambda_a > \lambda_b$, gdzie a, b – materiały. W jakiej kolejności należy ułożyć poszczególne warstwy materiałów, aby straty ciepła były najmniejsze? Należy przyjąć, że współczynniki wnikania α_a, α_b dla obu materiałów są równe.

Rozwiązanie:
Ponieważ $\alpha_a = \alpha_b$, rozważamy tylko opór przewodzenia zgodnie z (11.4). Oznaczamy R_1 – opór cieplny, gdy jako pierwsza ułożona jest warstwa a, zaś R_2 – opór cieplny, gdy jako pierwsza ułożona jest warstwa b.

$$R_1 = \frac{1}{2\lambda_a} \ln\frac{d+2\delta}{d} + \frac{1}{2\lambda_b} \ln\frac{d+4\delta}{d+2\delta}$$

$$R_2 = \frac{1}{2\lambda_b} \ln\frac{d+2\delta}{d} + \frac{1}{2\lambda_a} \ln\frac{d+4\delta}{d+2\delta}.$$

Rozważmy teraz znak różnicy:

$$R_1 - R_2 = \frac{1-\frac{\lambda_a}{\lambda_b}}{2\lambda_a} \ln\left(\frac{d^2+4\delta d+4\delta^2}{d^2+4\delta d}\right).$$

Ponieważ wyrażenie pod logarytmem jest większe od jedności a $\lambda_a > \lambda_b$ to $R_1 < R_2$.

Wniosek:
Aby uzyskać mniejsze straty ciepła bliżej rurociągu, należy położyć izolację o mniejszym λ.

Przykład 11.2.2. Kulisty cienkościenny zbiornik wypełniony jest ciekłym azotem o T_{p1} = 77 [K]. Średnica zbiornika d = 0,5 [m]. Zbiornik pokryty jest warstwą izolacji o λ = 0,0017 [W/(mK)] i grubości δ = 25 [mm]. Ścianka zewnętrzna styka się z powietrzem o temperaturze T_{p2} = 300 [K]. Współczynnik wnikania ciepła od strony powietrza α_2 = 20 [W/(m^{2}K)]. W ściance zbiornika wbudowany jest zawór, przez który wydostaje się na zewnątrz azot w stanie lotnym. Obliczyć strumień ciepła przekazywanego do azotu, przy założeniu, że opór wnikania od strony azotu jest pomijalnie mały. Obliczyć, ile azotu odparuje ze zbiornika (T = idem, p = idem) w ciągu 24 godzin, jeżeli jego ciepło parowania r = 200 [kJ/kg], a gęstość ρ = 804 [kg/m^3].

Rozwiązanie:
Zgodnie ze wzorami (11.6) i (11.7) możemy obliczyć:

$$\dot{Q} = \frac{\pi\left(T_{p1} - T_{p2}\right)}{\frac{1}{2\lambda}\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d+2\delta}\right) + \frac{1}{\alpha_2 (d+2\delta)^2}} = 13,06[W]$$

Z bilansu energii dla azotu w zbiorniku:

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot r$$

czyli

$$\dot{m} = \frac{\dot{Q}}{r} = 6,53 \cdot 10^{-5} [kg/s]$$

zatem

$$\Delta m = \dot{m} \cdot 24h = 5,641[kg].$$

Objętościowo

$$\Delta V = \frac{\Delta m}{\rho} = 7[l].$$

Całkowita objętość zbiornika

$$V_z = \frac{4}{3}\left(\frac{\pi d^3}{8}\right) = 65,4[l].$$

Zatem dzienna strata objętościowa azotu:

$$\frac{\Delta V}{V} \cdot 100\% = 10,7\%$$

Zadanie 11.2.1. Barak o podstawie 3 x 8 [m] i wysokości ścian 2,5 [m] jest pokryty płaskim dachem. Grubość ścian i dachu wynosi δ = 80 [mm]. Materiał, z którego wykonano barak ma współczynnik przewodzenia λ = 0,43 [W/(mK)]. Współczynniki wnikania wynoszą odpowiednio α_1 = 7 [W/(m^{2}K)]; α_2 = 25 [W/(m^{2}K)]. Temperatura powietrza w baraku wynosi t_{p1} = 20 [ºC]. Ile węgla o wartości opałowej W_u = 18 900 [kJ/kg] spalanego w piecu o sprawności 40 % należy zamówić na okres grzewczy 4 000 [h], jeżeli średnia temperatura otoczenia wynosi t_{p2} = 1 [ºC].

Odpowiedź:
m = 7,75 [t].

Zadanie 11.2.2. Znaleźć minimalną grubość dwóch warstw izolacji płaskiej przy założeniu, że całkowity strumień ciepła przenikający przez przegrodę nie może być większy niż 300 [W/m^2]. Temperatury ścianek wynoszą odpowiednio t_{s1} = 740 [ºC], t_{s2} = 0 [ºC], a współczynniki przewodzenia ciepła λ_1 = 0,12 [W/(mK)], λ_2 = 0,0703 [W/(mK)]. Maksymalna temperatura, którą wytrzymuje warstwa o niższej przewodności wynosi t_{max} = 640 [ºC].

Odpowiedź:
Warstwa pierwsza δ_1 = 4 [cm], a druga δ_2 = 15 [cm].

Zadanie 11.2.3. Naczynie w kształcie kuli z grzałką umieszczoną wewnątrz zaizolowano. Obliczyć moc grzałki dla utrzymania stałej temperatury t_{p1} = 250 [ºC] przy temperaturze otoczenia t_{p2} = 20 [ºC]. Kula ma średnicę wewnętrzną d_1 = 100 [mm], a grubość jej ścianek wynosi g = 3 [mm]. Ścianki wykonane są z materiału o λ_1 = 0,6 [W/(mK)]. Izolacja kuli ma grubość δ = 12 [mm] i wykonana jest z materiału o λ_2 = 0,06 [W/(mK)]. Współczynnik wnikania ciepła od wnętrza kuli wynosi α_1 = 120 [W/(m^{2}K)], a na zewnątrz α_2 = 15 [W/(m^{2}K)].

Odpowiedź:
N = 36,6 [kW].

Zadanie 11.2.4. Przewodem miedzianym o oporności ρ = 0,02 [Ω mm^2/m] i średnicy d = 1 [mm] przepływa prąd o natężeniu I = 10 [A]. Przyjmując, że temperatura otoczenia t_{p2} = 20 [ºC], obliczyć temperaturę w następujących przypadkach:

a) temperaturę ścianki t_{s2} przewodu niezaizolowanego, jeżeli α = 18 [W/(m^{2}K)],
b) temperaturę wewnętrzną i zewnętrzną izolacji, jeżeli przewód zaizolowany jest gumą o grubości δ_g = 4 [mm], λ_g = 0,15 [W/mK], α_g = 10 [W/(m^{2}K)],
c) temperaturę wewnętrzną i zewnętrzną izolacji, jeżeli przewód zaizolowany jest gumą o grubości krytycznej.

Odpowiedź:
a) t_{pow} = 65 [ºC],
b) t_{wew} = 34,9 [^{o}C]; t_{zew} = 29,0 [^{o}C],
c) t_{wew} = 32,4 [^{o}C]; t_{zew} = 21,3 [^{o}C].

Rozdział 12.
Wymiana ciepła przez pręty i żebra

Intensyfikacja wymiany ciepła zwykle wymaga zwiększenia powierzchni wymiany ciepła od strony płynu, gdzie wnikanie ciepła jest niskie. Dotyczy to głównie gazów, gdzie α – współczynnik wnikania zwykle nie przekracza 25[W/(m^{2}K)], ale i cieczy, choć w mniejszym zakresie. W tym celu na powierzchni wymiany ciepła umieszcza się żebra, których modelem matematycznym jest pręt pryzmatyczny.

12.1. Podstawowe zależności i definicje

Oznaczenia:

$T(x)$	– średnia temperatura przekroju żebra	[K]
T_p	– temperatura płynu otaczającego	[K]
L	– obwód żebra	[m]
A	– przekrój poprzeczny żebra	[m^2]
l	– długość żebra	[m]
x	– współrzędna wzdłuż długości	[m]
δ	– grubość żebra	[mm]

Ze względu na to, że żebro wykonane jest zwykle z dobrego przewodnika ciepła, a jego grubość δ jest mała, to przyjmuje się, że temperatura żebra w przekroju jest stała. Dla wygody obliczeń wprowadza się, jako zmienną, różnicę temperatury pomiędzy temperaturą żebra a temperaturą otoczenia.

$$\vartheta(x) = t(x) - t_p = T(x) - T_p$$

Dla tak zdefiniowanej zmiennej znane są w literaturze rozwiązania dla pręta pryzmatycznego. W tym celu wprowadza się czynnik β:

$$\beta = \sqrt{\frac{\alpha \cdot L}{\lambda \cdot A}} \tag{12.1}$$

Dla pręta równanie ogólne ma postać:

$$\frac{d^2\vartheta}{dx^2} - \beta^2\vartheta = 0 \tag{12.2}$$

a ogólne rozwiązanie równania (12.2):

$$\vartheta(x) = C_1 e^{-\beta x} + C_2 e^{\beta x} \tag{12.3}$$

Rozwiązanie ogólne (12.3) można sprowadzić dla przypadków szczególnych, wstawiając warunki brzegowe dla x = L. Dla ułatwienia wprowadzono dodatkowo oznaczenie:

$$M = \sqrt{\alpha \cdot L \cdot \lambda \cdot A} \cdot \vartheta(0)$$

Warunki brzegowe zadawane są następująco:
a) konwekcja na końcu żebra

$$\alpha \vartheta(l) = -\lambda \left. \frac{d\vartheta}{dx} \right|_{x=l}$$

– rozkład temperatury:

$$\vartheta(x) = \frac{\cos h\left[\beta\left(l-x\right)\right] + \frac{\alpha}{\beta\lambda} \sin h\left[\beta\left(l-x\right)\right]}{\cos h\beta l + \frac{\alpha}{\beta\lambda} \sin h\beta l} \cdot \vartheta(0) \tag{12.4}$$

– strumień ciepła:

$$\dot{Q}(0) = M \cdot \frac{\sin h\beta l + \frac{\alpha}{\beta\lambda} \cos h\beta l}{\cos h\beta l + \frac{\alpha}{\beta\lambda} \sin h\beta l} \tag{12.5}$$

b) adiabatyczne zakończenie żebra (izolacja):

$$\left. \frac{d\vartheta}{dx} \right|_{x=l} = 0$$

– rozkład temperatury:

$$\vartheta(x) = \frac{\cos h\beta(l-x)}{\cos h\beta l} \cdot \vartheta(0) \tag{12.6}$$

– strumień ciepła:

$$\dot{Q}(0) = M \cdot \tan h\beta \cdot l \tag{12.7}$$

c) zadana temperatura na końcu żebra:

$$\vartheta(l) = \vartheta_l$$

– rozkład temperatury:

$$\vartheta(x) = \frac{\frac{\vartheta_l}{\vartheta(0)} \cdot \sin h\beta x + \sin h\left[\beta\left(l - x\right)\right]}{\sin h\beta l} \cdot \vartheta(0) \tag{12.8}$$

– strumień ciepła:

$$\dot{Q}(0) = M \cdot \frac{\cos h\beta l - \frac{\vartheta_l}{\vartheta(0)}}{\sin h\beta l} \tag{12.9}$$

d) żebro (pręt) nieskończony:

– warunek brzegowy:

$$l \rightarrow \infty$$
$$\vartheta(l) = 0$$

– rozkład temperatury:

$$\vartheta(x) = \vartheta(0) \cdot e^{-\beta x} \tag{12.10}$$

– strumień ciepła”:

$$\dot{Q}(0) = M \tag{12.11}$$

12.2. Przykłady i zadania do samodzielnego rozwiązania.

Przykład 12.2.1 Jeden koniec długiego pręta o średnicy d = 25 [mm] ma temperaturę t(0) = 100 [°C]. Powierzchnia pręta styka się z powietrzem o temperaturze t_p = 25 [°C], a współczynnik wnikania α_1 = 10 [W/(m^{2}K)].

1) Jakie są straty ciepła, jeżeli pręt wykonany jest z czystej miedzi o λ = 398 [W/(mK)], a jakie dla stali nierdzewnej o λ = 14 [W/(mK)] (pręt traktować jako nieskończony)?
2) Jak długi musi być pręt z obydwu tych materiałów, aby można było traktować go jako nieskończony?

Rozwiązanie:

1) Korzystając z równania (12.11), można zapisać

$$\dot{Q} = \sqrt{\alpha L \lambda A} \cdot \vartheta(0)$$

– dla czystej miedzi

$$\dot{Q} = \sqrt{10 \cdot \pi \cdot 0{,}025 \cdot 398 \cdot \pi \cdot 0{,}025^2 / 4} \cdot (100 - 25) = 29{,}4 [W]$$

– dla stali nierdzewnej

$$\dot{Q} = 5{,}5\ [W].$$

2) Dla wystarczająco długiego pręta wymiana ciepła na końcu jest pomijalna, natomiast różnica temperatur $\vartheta(l) \to 0$. Pozwala to na sformułowanie warunków matematycznych na końcu pręta. Warunek „wystarczająco długiego” pręta określa, że wyniki otrzymywane według zależności (12.7) i (12.11) nie powinny się różnic więcej niż o 1%:

$$\tanh(\beta 1) \geq 0{,}99$$

z czego wynika:

$$\beta l \geq 2{,}65$$

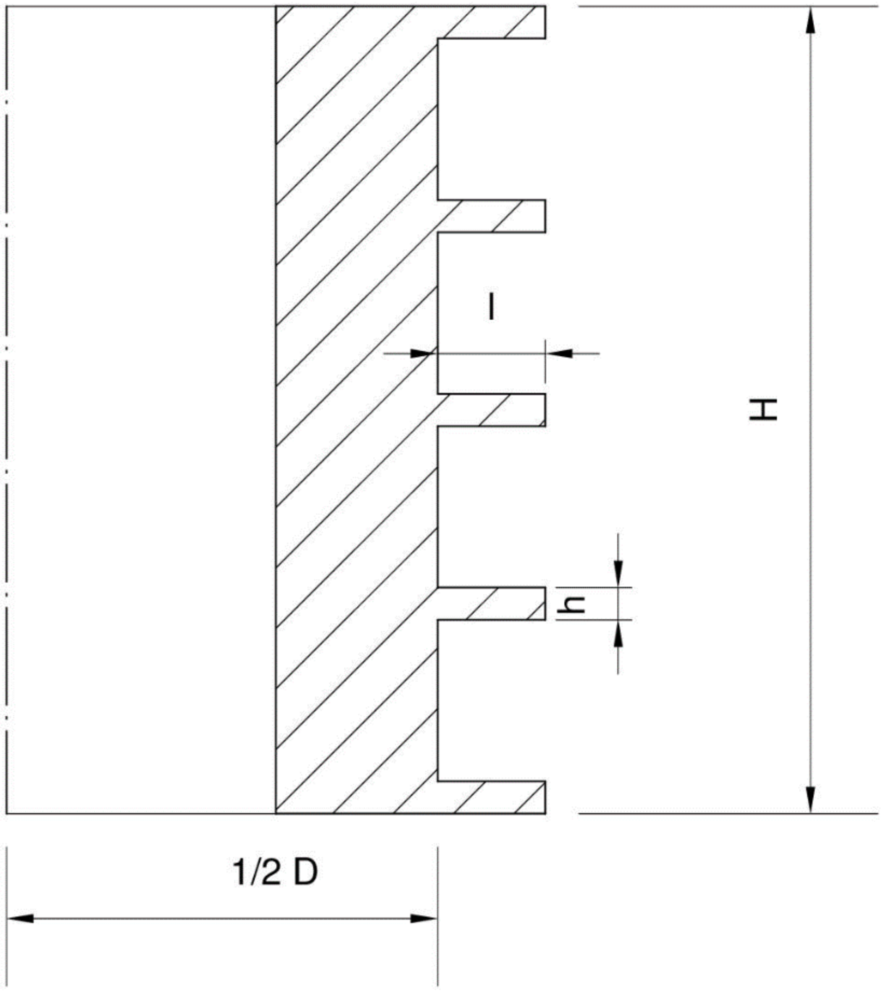
Stąd dla miedzi:

$$l_{ln} = 2{,}65 \left[\frac{\lambda A}{L\alpha}\right]^{\frac{1}{2}} = 1{,}32 [m]$$

Dla stali nierdzewnej:

$$l = 0{,}25\ [m].$$

Przykład 12.2.2. Głowica silnika motocyklowego skonstruowana jest ze stopu aluminium o λ = 186 [W/mK]. Głowica ma formę cylindryczną o wysokości H = 0,15 [m] i średnicy zewnętrznej D = 50 [mm]. Podczas typowych warunków pracy zewnętrzna temperatura głowicy wynosi T_{g2} = 500 [K], zaś głowica jest omywana powietrzem o T_{p2} = 300 [K] ze współczynnikiem wnikania α = 50 [W/(m^{2}K)]. W celu polepszenia warunków chłodzenia powierzchnia wymiany ciepła jest zwiększona przez zastosowanie pierścieniowych żeber o przekroju prostokątnym. Grugość żebra wynosi h = 6 [mm], a długość l = 20 [mm]. Na wysokości H umieszczonych jest pięć takich żeber w równych odstępach. Jak zwiększa się strumień oddawanego ciepła przez zastosowanie tych żeber (rysunek 27)?



Rysunek 27. Schemat przenikania ciepła przez przegrodę.

Rozwiązanie:

Całkowite ciepło $\dot{Q}_c$ oddawane przez cylinder ożebrowany

$$\dot{Q}_c = \dot{Q}_o + \dot{Q}_z$$

gdzie:

$\dot{Q}_o$ – ciepło oddawane z pobocznicy walca,
$\dot{Q}_z$ – ciepło oddawane z żeber.

Wprowadzając pojęcie sprawności żebra η_z:

$$\eta_z = \frac{\dot{Q}_z}{\dot{Q}_{z\,max}} = \frac{\dot{Q}_z}{\alpha \cdot \vartheta(0) A_z} \tag{12.12}$$

gdzie:

A_z – całkowite pole powierzchni żebra.

Sprawność $\eta_ż$ określana jest w sposób uproszczony w zależności od następujących parametrów:

$$r_{2c} = D/2 + l + h/2 = 0{,}048[m]$$

$$l_c = l + h/2 = 0{,}023[m]$$

$$A_p = l_c \cdot h/2 = 1{,}38 \cdot 10^{-4}[m^2]$$

$$\zeta = l_c^{3/2}\left(\alpha / \lambda \cdot A_p\right)^{1/2} = 0{,}15$$

W przybliżeniu można przyjąć, że

$$13\zeta^2 - 68\zeta + 100 \quad < \eta_ż\,[\%] < \quad 3{,}5\zeta^2 - 38{,}5\zeta + 100 \tag{12.13}$$

dla $\quad 0 < \zeta < 2{,}5$

przy czym

wyższe wartości $\eta_ż$ dla niższego stosunku $\frac{2r_{2c}}{D}$

niższe wartości $\eta_ż$ dla wyższego $\frac{2r_{2c}}{D}$.

Wykresy sprawności żeber różnego kształtu podawane są w literaturze w podręcznikach z zakresu wymiany ciepła.
W zadaniu odczytano z normogramów $\eta_z \cong 95$ [%] dla $\zeta = 0{,}15$.

Całkowity strumień ciepła przenoszony przez żebra:

$$\dot{Q}_z = n \cdot \eta_z \cdot \dot{Q}_{z\,max} = n \cdot \eta_z \cdot \alpha \cdot \vartheta(0) \cdot A_z$$

gdzie:

$n = 5$ – liczba żeber.

Pole powierzchni żebra okrągłego o przekroju prostokątnym:

$$A_z \cong 2\pi\left(r_{2c}^2 - \frac{D^2}{4}\right) \tag{12.14}$$

zatem ciepło odprowadzane przez żebra:

$$\dot{Q}_z = 5 \cdot 0,95 \cdot 50[W/m^2K]\left[\left(0,048^2 - 0,025^2\right)m^2\right] \cdot 200[K] = 501,1[W]$$

Ciepło odprowadzane przez nieożebrowany fragment cylindra:

$$\dot{Q}_o = \alpha\left(H - n \cdot h\right) \cdot \pi \cdot D\left(T(0) - T_p\right) =$$
$$= 50[W/m^2K] \cdot \left(0,15 - 5 \cdot 0,006\right)\pi \cdot 0,05[m^2] \cdot 200[K] = 188,5[W]$$

Sumaryczny strumień ciepła odprowadzany z ożebrowanego cylindra

$$\dot{Q}_c = \dot{Q}_z + \dot{Q}_o = 689,6\ [W]$$

Strumień ciepła odprowadzany z cylindra jeżeli nie jest on ożebrowany wynosi

$$\dot{Q} = \alpha \cdot \pi \cdot D \cdot H(T(0) - T_p) = 236\ [W]$$

Wniosek:
Wprowadzenie żeber kilkakrotnie zwiększa efekt wymiany ciepła. Przykład powyższego zadania mógłby być jeszcze bardziej wymowny (większe różnice pomiędzy $\dot{Q}_1$ i $\dot{Q}_c$), gdyby zastosować większą liczbę żeber, zmniejszając ich grubość i odległość między nimi.

Zadanie 12.2.1. Lutownica wykonana jest z nierdzewnego pręta o λ = 350 [W/(mK)] osadzonego w spirali grzejnej i aby można było nią pracować, temperatura końca powinna wynosić t_1 = 350 [°C], a strumień ciepła oddawanego z powierzchni czołowej $\dot{Q}(l)$ = 30 [W]. Średnica pręta wynosi 6 [mm], długość części wystającej 8 [cm]. Współczynnik wnikania ciepła na powierzchni bocznej wynosi 20 [W/(m^2K)]. Temperatura otoczenia t_{ot} = 20 [°C]. Obliczyć moc spirali grzejnej, jeżeli przez pręt przepływa 85% ilości ciepła wytwarzanego przez spiralę. Obliczyć temperaturę u nasady lutownicy.

Odpowiedź:
$\dot{Q}(l)$ = 51,9 [W]; t(0) = 643,6 [°C].

Zadanie 12.2.2. Końce pręta stalowego λ = 50 [W/(mK)] o przekroju poprzecznym w kształcie trójkąta równobocznego o boku b = 50 [mm] i długości 2 [m] zanurzone są w ośrodkach o temperaturach t_1 = 500 [°C] i t_2 = 250 [°C]. Ciepło pobierane przez końce pręta odprowadzane jest do otoczenia o t_p = 20 [°C] przy współczynniku wnikania α = 5 [W/(m^2K)].
Podać zależność Q(x) oraz θ(x). Zbadać, czy θ(x) osiąga ekstremum w przedziale (0,l), jeżeli tak to wyznaczyć współrzędne tego przekroju. Wyznaczyć strumienie ciepła wymieniane pomiędzy prętem a źródłami. Jaka powinna być długość pręta, aby ciepło było dostarczone również do ośrodka o temperaturze t_2?

Odpowiedź:
β = 3,722 [1/m]; C_1 = 479,9 [K]; C_2 = 0,134 [K]; $\theta(x) = C_1 \cdot \exp(-\beta x)+C_2 \cdot \exp(\beta x)$; x = 1,1 [m].

Funkcja osiąga minimum, jeśli długość wynosi więcej niż 1,1 [m] i co najwyżej taka może być długość pręta, żeby część ciepła przewodzona była przez pręt z ośrodka o wyższej temperaturze do niższej. Przy dłuższym pręcie oba ośrodki tracą ciepło na rzecz otoczenia.

Zadanie 12.2.3. Określić wzrost wymiany ciepła związany z zamocowaniem żeber aluminiowych o przekroju prostokątnym do płaskiej ściany. Żebra mają wysokość l = 50 [mm] i grubość d = 0,5 [mm], rozstaw żeber wynosi 4 [mm] (250 żeber mieści się w 1 [m] wysokości ściany). Współczynnik wnikania ciepła dla ściany wynosi α = 30 [W/(m^{2}K)], tak samo dla ściany ożebrowanej. Współczynnik przewodzenia ciepła dla aluminium wynosi λ = 237 [W/(mK)].

Odpowiedź:
Wykorzystując wzór (12.7), przy pominięciu, jako nieznaczącej, ilości ciepła wymienianego przez czoło żebra, obliczając stosunek ciepła oddawanego z powierzchni ożebrowanej do nieożebrowanej i przyjmując, że d<<S, gdzie S – szerokość żebra, można obliczyć:

$$\beta = \sqrt{\frac{2\alpha}{\lambda\delta}} = 22{,}5\ \left[\frac{1}{\mathrm{m}}\right]$$

$$\mathrm{M} = \mathrm{S}\sqrt{2\delta\alpha\lambda} * \theta(0)$$

Ilość wymienianego ciepła wzrośnie ok. 23 razy.

Zadanie 12.2.4. Pierścieniowe żebra aluminiowe o przekroju prostokątnym d = 2 [mm], l = 15 [mm], λ = 237 [W/(mK)] zainstalowano na rurze z aluminium o średnicy 30 [mm]. Opór kontaktowy pomiędzy żebrem, a rurą jest znany i wynosi $R_k = 2 \cdot 10^{-4}\,[\mathrm{m^2K/W}]$. Jeżeli ścianka rury ma 100 [ºC], temperatura płynu chłodzącego 25 [ºC], α = 75 [W/(m^{2}K)], jak duży jest strumień ciepła przepływający przez jedno żebro? Jak duży byłby ten strumień ciepła, gdyby wyeliminować opór kontaktowy? Można przyjąć sprawność żebra 98%. Sprawność żebra oznacza stosunek ciepła odprowadzanego z żebra rzeczywistego do ilości ciepła odprowadzanego z idealnego przewodnika o nieskończenie dużym l.

Odpowiedź:
Należy najpierw obliczyć temperaturę żebra z oporem kontaktowym (bez oporu ma taką samą jak ścianka). Obliczyć to można z bilansu ciepła (ilość ciepła przekazywanego przez styk musi być równa ilości ciepła oddawanego przez żebro).
Z uwzględnieniem oporu $t_ż$ = 99,67[^{o}C], a strumień ciepła stanowi 99,56% strumienia ciepła, gdy nie ma oporu kontaktowego.

Tabele

Tabela A

Parametry stanu nasycenia H_2O (ciecz –para) uszeregowane według temperatury

t_s [^oC]	T_s [K]	p_s [kPa]	v' [m^3/kg]	v'' [m^3/kg]	i' [kJ/kg]	i'' [kJ/kg]	r [kJ/kg]	s' [kJ/(kgK)]	s'' [kJ/(kgK)]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,01	273,16	0,6108	0,0010002	206,30000	0	2501	2501,0	0,0000	9,1544
1	274,15	0,6566	0,0010001	192,60000	4,22	2502	2497,8	0,0154	9,1281
2	275,15	0,7054	0,0010001	179,90000	8,42	2504	2495,6	0,0306	9,1018
3	276,15	0,7575	0,0010001	168,20000	12,63	2506	2493,4	0,0458	9,0757
4	277,15	0,8129	0,0010001	157,30000	16,84	2508	2491,2	0,0610	9,0498
5	278,15	0,8719	0,0010001	147,20000	21,05	2510	2489,0	0,0762	9,0241
6	279,15	0,9347	0,0010001	137,80000	25,25	2512	2486,8	0,0913	8,9987
7	280,15	1,0013	0,0010001	129,10000	29,45	2514	2484,6	0,1063	8,9736
8	281,15	1,0721	0,0010002	121,00000	33,65	2516	2482,4	0,1212	8,9485
9	282,15	1,1473	0,0010003	113,40000	37,85	2517	2479,2	0,1361	8,9238
10	283,15	1,2277	0,0010004	106,42000	42,04	2519	2477,0	0,1510	8,8994
11	284,15	1,3118	0,0010005	99,91000	46,22	2521	2474,8	0,1658	8,8752
12	285,15	1,4016	0,0010006	93,84000	50,41	2523	2472,6	0,1805	8,8513
13	286,15	1,4967	0,0010007	88,18000	54,60	2525	2470,4	0,1952	8,8276
14	287,15	1,5974	0,0010008	82,90000	58,78	2527	2468,2	0,2098	8,8040
15	288,15	1,7041	0,0010010	77,97000	62,97	2528	2465,0	0,2244	8,7806
16	289,15	1,8170	0,0010011	73,39000	67,16	2530	2462,8	0,2389	8,7574
17	290,15	1,9664	0,0010012	69,10000	71,34	2532	2460,7	0,2534	8,7344
18	291,15	2,0620	0,0010015	65,09000	75,53	2534	2458,5	0,2678	8,7116
19	292,15	2,1960	0,0010016	61,34000	79,72	2536	2456,3	0,2821	8,6890
20	293,15	2,3370	0,0010018	57,84000	83,90	2537	2453,1	0,2964	8,6665
22	295,15	2,6430	0,0010023	51,50000	92,27	2541	2448,7	0,3249	8,6220
24	297,15	2,9820	0,0010028	45,93000	100,63	2545	2444,4	0,3532	8,5785
26	299,15	3,3600	0,0010033	41,04000	108,99	2548	2439,0	0,3812	8,5358
28	301,15	3,7790	0,0010038	36,73000	117,35	2552	2434,7	0,4090	8,4938
30	303,15	4,2410	0,0010044	32,93000	125,71	2556	2430,3	0,4366	8,4523
35	308,15	5,6220	0,0010061	25,24000	146,60	2565	2418,4	0,5049	8,3519
40	313,15	7,3750	0,0010079	19,55000	167,50	2574	2406,5	0,5723	8,2559
45	318,15	9,5840	0,0010099	15,28000	188,40	2582	2393,6	0,6384	8,1638
50	323,15	12,3350	0,0010121	12,04000	209,30	2592	2382,7	0,7038	8,0753
55	328,15	15,7400	0,0010145	9,57800	230,20	2600	2369,8	0,7679	7,9901
60	333,15	19,9170	0,0010171	7,67800	251,10	2609	2357,9	0,8311	7,9084
65	338,15	25,0100	0,0010199	6,20100	272,10	2617	2344,9	0,8934	7,8297
70	343,15	31,1700	0,0010228	5,04500	293,00	2626	2333,0	0,9549	7,7544
75	348,15	38,5500	0,0010258	4,13300	314,00	2635	2321,0	1,0157	7,6815
80	353,15	47,3600	0,0010290	3,40800	334,90	2643	2308,1	1,0753	7,6116
85	358,15	57,8100	0,0010324	2,82800	355,90	2651	2295,1	1,1342	7,5438
90	363,15	70,1100	0,0010359	2,36100	377,00	2659	2282,0	1,1925	7,4787
95	368,15	84,5100	0,0010396	1,98200	398,00	2668	2270,0	1,2502	7,4155
100	373,15	101,3100	0,0010435	1,67300	419,10	2676	2256,9	1,3071	7,3547
105	378,15	120,7900	0,0010474	1,41900	440,20	2683	2242,8	1,3632	7,2959
110	383,15	143,2600	0,0010515	1,21000	461,30	2691	2229,7	1,4184	7,2387
115	388,15	169,0500	0,0010559	1,03600	482,50	2698	2215,5	1,4733	7,1832
120	393,15	198,5400	0,0010603	0,89170	503,70	2706	2202,3	1,5277	7,1298
125	398,15	232,0800	0,0010649	0,77040	525,00	2713	2188,0	1,5814	7,0777
130	403,15	270,1100	0,0010697	0,66830	546,30	2721	2174,7	1,6345	7,0272

Tabela A (cd.)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
135	408,15	313,00	0,0010747	0,58200	567,50	2727	2159,5	1,6869	6,9781
140	413,15	361,40	0,0010798	0,50870	589,00	2734	2145,0	1,7392	6,9304
145	418,15	415,50	0,0010851	0,44610	610,50	2740	2129,5	1,7907	6,8839
150	423,15	476,00	0,0010906	0,39260	632,20	2746	2113,8	1,8418	6,8383
155	428,15	543,30	0,0010962	0,34660	653,90	2753	2099,1	1,8924	6,7940
160	433,15	618,00	0,0011021	0,30680	675,50	2758	2082,5	1,9427	6,7508
165	438,15	700,80	0,0011081	0,27250	697,30	2763	2065,7	1,9924	6,7081
170	443,15	792,00	0,0011144	0,24260	719,20	2769	2049,8	2,0417	6,6666
175	448,15	892,50	0,0011208	0,21660	741,10	2773	2031,9	2,0909	6,6256
180	453,15	1002,70	0,0011275	0,19390	763,10	2778	2014,9	2,1395	6,5858
185	458,15	1123,40	0,0011344	0,17390	785,20	2782	1996,8	2,1876	6,5465
190	463,15	1255,30	0,0011415	0,15640	807,50	2786	1978,5	2,2357	6,5074
195	468,15	1398,90	0,0011489	0,14090	829,90	2790	1960,1	2,2834	6,4694
200	473,15	1555,10	0,0011565	0,12720	852,40	2793	1940,6	2,3308	6,4318
205	478,15	1724,50	0,0011644	0,11510	875,00	2796	1921,0	2,3777	6,3945
210	483,15	1908,00	0,0011726	0,10430	897,70	2798	1900,3	2,4246	6,3577
215	488,15	2106,20	0,0011812	0,09465	920,70	2800	1879,3	2,4715	6,3212
220	493,15	2320,10	0,0011900	0,08606	943,70	2802	1858,3	2,5179	6,2849
225	498,15	2550,40	0,0011992	0,07837	966,90	2802	1835,1	2,5640	6,2488
230	503,15	2797,90	0,0012087	0,07147	990,40	2803	1812,6	2,6101	6,2133
235	508,15	3063,50	0,0012187	0,06527	1013,90	2804	1790,1	2,6561	6,1780
240	513,15	3348,00	0,0012291	0,05967	1037,50	2803	1765,5	2,7021	6,1425
245	518,15	3652,40	0,0012399	0,05462	1061,60	2803	1741,4	2,7428	6,1073
250	523,15	3977,60	0,0012512	0,05006	1085,70	2801	1715,3	2,7934	6,0721
255	528,15	4325,00	0,0012631	0,04591	1110,20	2799	1688,8	2,8394	6,0366
260	533,15	4694,00	0,0012755	0,04215	1135,10	2796	1660,9	2,8851	6,0013
265	538,15	5087,00	0,0012886	0,03872	1160,20	2794	1633,8	2,9307	5,9657
270	543,15	5505,00	0,0013023	0,03560	1185,30	2790	1604,7	2,9764	5,9297
275	548,15	5949,00	0,0013168	0,03274	1210,70	2785	1574,3	3,0223	5,8938
280	553,15	6419,00	0,0013321	0,03013	1236,90	2780	1543,1	3,0681	5,8573
285	558,15	6918,00	0,0013483	0,02774	1263,10	2773	1509,9	3,1146	5,8205
290	563,15	7445,00	0,0013655	0,02554	1290,00	2766	1476,0	3,1611	5,7827
295	568,15	8002,00	0,0013839	0,02351	1317,20	2758	1440,8	3,2079	5,7443
300	573,15	8592,00	0,0014036	0,02164	1344,90	2749	1404,1	3,2548	5,7049
305	578,15	9214,00	0,0014250	0,01992	1373,10	2739	1365,9	3,3026	5,6647
310	583,15	9870,00	0,0014470	0,01832	1402,10	2727	1324,9	3,3508	5,6233
315	588,15	10561,00	0,0014720	0,01683	1431,70	2714	1282,3	3,3996	5,5802
320	593,15	11290,00	0,0014990	0,01545	1462,10	2700	1237,9	3,4495	5,5353
325	598,15	12057,00	0,0015290	0,01417	1493,60	2684	1190,4	3,5002	5,4891
330	603,15	12865,00	0,0015620	0,01297	1526,10	2666	1139,9	3,5522	5,4412
335	608,15	13714,00	0,0015990	0,01184	1559,80	2646	1086,2	3,6056	5,3905
340	613,15	14608,00	0,0016390	0,01078	1594,70	2622	1027,3	3,6605	5,3361
345	618,15	15548,00	0,0016860	0,00977	1632,00	2595	963,0	3,7184	5,2769
350	623,15	16537,00	0,0017410	0,00880	1671,00	2565	894,0	3,7786	5,2117
355	628,15	17577,00	0,0018070	0,00787	1714,00	2527	813,0	3,8439	5,1385
360	633,15	18674,00	0,0018940	0,00694	1762,00	2481	719,0	3,9162	5,0530
365	638,15	19830,00	0,0020200	0,00599	1817,00	2421	604,0	4,0009	4,9463
370	643,15	21053,00	0,0022200	0,00493	1893,00	2331	438,0	4,1137	4,7951
374	647,15	22087,00	0,0028000	0,00347	2032,00	2147	115,0	4,3258	4,5029
374,15	**647,30**	**22129,00**	**0,0032600**	**0,00326**	**2100,00**	**2100**	**0,0**	**4,4300**	**4,4300**

Tabela B

Parametry stanu nasycenia H_2O (ciecz –para) uszeregowane według ciśnienia

p_s [kPa]	t_s [°C]	T_s [K]	v' [m^3/kg]	v'' [m^3/kg]	i' [kJ/kg]	i'' [kJ/kg]	r [kJ/kg]	s' [kJ/(kgK)]	s'' [kJ/(kgK)]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1,0	6,92	280,07	0,0010001	129,90000	29,32	2513	2483,7	0,1054	8,9750
1,5	13,04	286,19	0,0010007	87,90000	54,75	2525	2470,3	0,1958	8,8270
2,0	17,51	290,66	0,0010014	66,97000	73,52	2533	2459,5	0,2609	8,7220
2,5	21,09	294,24	0,0010021	54,24000	88,50	2539	2450,5	0,3124	8,6420
3,0	24,10	297,25	0,0010028	45,66000	101,04	2545	2444,0	0,3546	8,5760
3,5	26,69	299,84	0,0010035	39,48000	111,86	2550	2438,1	0,3908	8,5210
4,0	28,98	302,13	0,0010041	34,81000	121,42	2554	2432,6	0,4225	8,4730
4,5	31,03	304,18	0,0010047	31,13000	130,00	2557	2427,0	0,4507	8,4310
5,0	32,88	306,03	0,0010053	28,19000	137,83	2561	2423,2	0,4761	8,3930
6,0	36,18	309,33	0,0010064	23,74000	151,50	2567	2415,5	0,5207	8,3280
7,0	39,03	312,18	0,0010075	20,53000	163,43	2572	2408,6	0,5591	8,2740
8,0	41,54	314,69	0,0010085	18,10000	173,90	2576	2402,1	0,5927	8,2270
9,0	43,79	316,94	0,0010094	16,20000	183,30	2580	2396,7	0,6225	8,1860
10,0	45,84	318,99	0,0010103	14,68000	191,90	2584	2392,1	0,6492	8,1490
15,0	54,00	327,15	0,0010140	10,02000	226,10	2599	2372,9	0,7550	8,0070
20,0	60,08	333,23	0,0010171	7,64700	251,40	2609	2357,6	0,8321	7,9070
25,0	64,99	338,14	0,0010199	6,20200	272,00	2618	2346,0	0,8934	7,8300
30,0	69,12	342,27	0,0010222	5,22600	289,30	2625	2335,7	0,9441	7,7690
40,0	75,88	349,03	0,0010264	3,99400	317,70	2636	2318,3	1,0261	7,6700
50,0	81,35	354,50	0,0010299	3,23900	340,60	2645	2304,4	1,0910	7,5930
60,0	85,95	359,10	0,0010330	2,73200	360,00	2653	2293,0	1,1453	7,5310
70,0	89,97	363,12	0,0010359	2,36400	376,80	2660	2283,2	1,1918	7,4790
80,0	93,52	366,67	0,0010385	2,08700	391,80	2665	2273,2	1,2330	7,4340
90,0	96,72	369,87	0,0010409	1,86900	405,30	2670	2264,7	1,2696	7,3940
100,0	99,64	372,79	0,0010432	1,69400	417,40	2675	2257,6	1,3026	7,3600
120,0	104,81	377,96	0,0010472	1,42900	439,40	2683	2243,6	1,3606	7,2980
140,0	109,33	382,48	0,0010510	1,23600	458,50	2690	2231,5	1,4109	7,2460
150,0	111,38	384,53	0,0010527	1,15900	467,20	2693	2225,8	1,4336	7,2230
160,0	113,32	386,47	0,0010543	1,09100	475,40	2696	2220,6	1,4550	7,2020
180,0	116,94	390,09	0,0010575	0,97730	490,70	2702	2211,3	1,4943	7,1630
200,0	120,23	393,38	0,0010605	0,88540	504,80	2707	2202,2	1,5302	7,1270
220,0	123,27	396,42	0,0010633	0,80980	517,80	2711	2193,2	1,5630	7,0960
240,0	126,09	399,24	0,0010659	0,74650	529,80	2715	2185,2	1,5929	7,0670
260,0	128,73	401,88	0,0010685	0,69250	540,90	2719	2178,1	1,6210	7,0400
280,0	131,20	404,35	0,0010709	0,64610	551,40	2722	2170,6	1,6470	7,0150
300,0	133,54	406,69	0,0010733	0,60570	561,40	2725	2163,6	1,6720	6,9920
350,0	138,88	412,03	0,0010786	0,52410	584,50	2732	2147,5	1,7280	6,9410
400,0	143,62	416,77	0,0010836	0,46240	604,70	2738	2133,3	1,7770	6,8970
450,0	147,92	421,07	0,0010883	0,41390	623,40	2744	2120,6	1,8210	6,8570
500,0	151,84	424,99	0,0010927	0,37470	640,10	2749	2108,9	1,8600	6,8220
600,0	158,84	431,99	0,0011007	0,31560	670,50	2757	2086,5	1,9310	6,7610
700,0	164,96	438,11	0,0011081	0,27280	697,20	2764	2066,8	1,9920	6,7090
800,0	170,42	443,57	0,0011149	0,24030	720,90	2769	2048,1	2,0460	6,6630
900,0	175,35	448,50	0,0011213	0,21490	742,80	2774	2031,2	2,0940	6,6230
1000,0	179,88	453,03	0,0011273	0,19460	762,70	2778	2015,3	2,1380	6,5870
1100,0	184,05	457,20	0,0011331	0,17750	781,10	2781	1999,9	2,1790	6,5540

Tabela B (cd.)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1200	187,95	461,10	0,0011385	0,16330	798,30	2785	1986,7	2,2160	6,5230
1300	191,60	464,75	0,0011438	0,15120	814,50	2787	1972,5	2,2510	6,4950
1400	195,04	468,19	0,0011490	0,14080	830,00	2790	1960,0	2,2840	6,4690
1500	198,28	471,43	0,0011539	0,13170	844,60	2792	1947,4	2,3140	6,4450
1600	201,36	474,51	0,0011586	0,12380	858,30	2793	1934,7	2,3440	6,4220
1700	204,30	477,45	0,0011632	0,11670	871,60	2795	1923,4	2,3710	6,4000
1800	207,10	480,25	0,0011678	0,11040	884,40	2796	1911,6	2,3970	6,3790
1900	209,78	482,93	0,0011722	0,10470	896,60	2798	1901,4	2,4220	6,3590
2000	212,37	485,52	0,0011766	0,09958	908,50	2799	1890,5	2,4470	6,3400
2100	214,84	487,99	0,0011809	0,09492	919,80	2800	1880,2	2,4700	6,3220
2200	217,24	490,39	0,0011851	0,09068	930,90	2801	1870,1	2,4920	6,3050
2300	219,55	492,70	0,0011892	0,08679	941,50	2801	1859,5	2,5140	6,2880
2400	221,77	494,92	0,0011932	0,08324	951,80	2802	1850,2	2,5340	6,2720
2500	223,93	497,08	0,0011972	0,07993	961,80	2802	1840,2	2,5540	6,2560
2600	226,03	499,18	0,0012012	0,07688	971,70	2803	1831,3	2,5730	6,2420
2700	228,06	501,21	0,0012050	0,07406	981,30	2803	1821,7	2,5920	6,2270
2800	230,04	503,19	0,0012088	0,07141	990,40	2803	1812,6	2,6110	6,2130
2900	231,96	505,11	0,0012126	0,06895	999,40	2803	1803,6	2,6280	6,1990
3000	233,83	506,98	0,0012163	0,06665	1008,30	2804	1795,7	2,6460	6,1860
3200	237,44	510,59	0,0012238	0,06246	1025,30	2803	1777,7	2,6790	6,1610
3400	240,88	514,03	0,0012310	0,05875	1041,90	2803	1761,1	2,7100	6,1370
3600	244,16	517,31	0,0012380	0,05543	1057,50	2802	1744,5	2,7400	6,1130
3800	247,31	520,46	0,0012450	0,05246	1072,70	2802	1729,3	2,7690	6,0910
4000	250,33	523,48	0,0012520	0,04977	1087,50	2801	1713,5	2,7960	6,0700
4500	257,41	530,56	0,0012690	0,04404	1122,10	2798	1675,9	2,8620	6,0200
5000	263,91	537,06	0,0012857	0,03944	1154,40	2794	1639,6	2,9210	5,9730
5500	269,94	543,09	0,0013021	0,03564	1184,90	2790	1605,1	2,9760	5,9300
6000	275,56	548,71	0,0013185	0,03243	1213,90	2785	1571,1	3,0270	5,8900
6500	280,83	553,98	0,0013347	0,02973	1241,30	2779	1537,7	3,0760	5,8510
7000	285,80	558,95	0,0013510	0,02737	1267,40	2772	1504,6	3,1220	5,8140
7500	290,50	563,65	0,0013673	0,02532	1292,70	2766	1473,3	3,1660	5,7790
8000	294,98	568,13	0,0013838	0,02352	1317,00	2758	1441,0	3,2080	5,7450
8500	299,24	572,39	0,0014005	0,02192	1340,80	2751	1410,2	3,2480	5,7110
9000	303,32	576,47	0,0014174	0,02048	1363,70	2743	1379,3	3,2870	5,6780
9500	307,22	580,37	0,0014345	0,01919	1385,90	2734	1348,1	3,3240	5,6460
10000	310,96	584,11	0,0014521	0,01803	1407,70	2725	1317,3	3,3600	5,6150
11000	318,04	591,19	0,0014890	0,01598	1450,20	2705	1254,8	3,4300	5,5530
12000	324,63	597,78	0,0015270	0,01426	1491,10	2685	1193,9	3,4960	5,4920
13000	330,81	603,96	0,0015670	0,01277	1531,50	2662	1130,5	3,5610	5,4320
14000	336,63	609,78	0,0016110	0,01149	1570,80	2638	1067,2	3,6230	5,3720
15000	342,11	615,26	0,0016580	0,01035	1610,00	2611	1001,0	3,6840	5,3100
16000	347,32	620,47	0,0017100	0,00932	1650,00	2582	932,0	3,7460	5,2470
17000	352,26	625,41	0,0017680	0,00838	1690,00	2548	858,0	3,8070	5,1770
18000	356,96	630,11	0,0018370	0,00750	1732,00	2510	778,0	3,8710	5,1070
19000	361,44	634,59	0,0019210	0,00668	1776,00	2466	690,0	3,9380	5,0270
20000	365,71	638,86	0,0020400	0,00585	1827,00	2410	583,0	4,0150	4,9280
21000	369,79	642,94	0,0022100	0,00498	1888,00	2336	448,0	4,1080	4,8030
22000	373,70	646,85	0,0027300	0,00367	2016,00	2168	152,0	4,3030	4,5910
22129	**374,15**	**647,30**	**0,0032600**	**0,00326**	**2100,00**	**2100**	**0,0**	**4,4300**	**4,4300**

Bibliografia

Fodemski, T.R. (red). (2001). *Pomiary Cieplne*. Warszawa: WNT.

Lechowska, A., Styrylska, T. (2013). *Przykłady zadań z podstaw termodynamiki*. Kraków: Politechnika Krakowska.

Niezgoda-Żelasko,B., Zalewski,W. (2013). *Chłodnicze i klimatyzacyjne wymienniki ciepła. Obliczenia cieplne*. Kraków: Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej.

Sadłowska-Sałęga, A., Radoń, J. (2012). *Podstawy termodynamiki*. Warszawa: Wydawnictwo Nauka i Technika.

Staniszewski, B. (1979). *Wymiana ciepła: podstawy teoretyczne*. Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe.

Szargut J., Guzik, A., Górniak, H. (2008). *Zadania z termodynamiki technicznej*. Gliwice: Wydawnictwo Politechniki Śląskiej.

Szewczyk, W., Wojciechowski, J. (2007). *Wykłady z termodynamiki z przykładami zadań. Część I* (*Procesy termodynamiczne*). Kraków: Wydawnictwo AGH.

Wiśniewski, S., Wiśniewski, T. (2009). *Wymiana Ciepła*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowo Techniczne.